해설 : 장 성 국

2023년 국가직 응용역학 기출문제 해설

1. 기둥에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 기둥이란 축방향 압축력을 주로 받는 부재이며, 장주의 경우에는 좌굴파괴가 일어날 수 있다.

② 장주는 기둥의 단면 도심축 방향으로 인장력을 받아 좌굴파괴 되는 기둥이다.

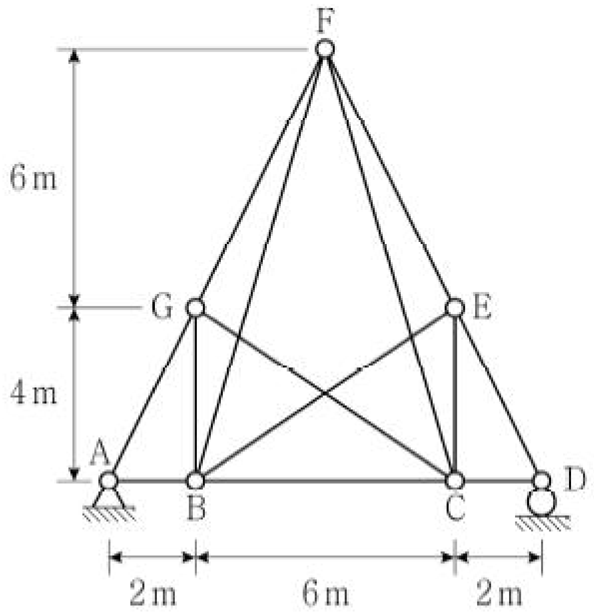
③ 기둥에서 단면의 핵(Core)은 기둥 단면에 인장응력이 발생하지 않는 축하중 작용 범위이다.

④ 양단이 고정되어 있고, 길이가 L인 장주의 임계하중을 계산하기 위한 유효길이는 $\frac{L}{2}$이다.

정답 ②

② 장주는 도심에 작용하는 압축력으로 좌굴로 파괴되는 기둥이다. 이 때 좌굴응력은 탄성한도 응력 이하에 발생하여 장주는 탄성좌굴을 일으킨다.

2. 그림과 같은 트러스의 부정정차수는?



① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

정답 ③

③ 다음의 방법으로 구할 수 있다.

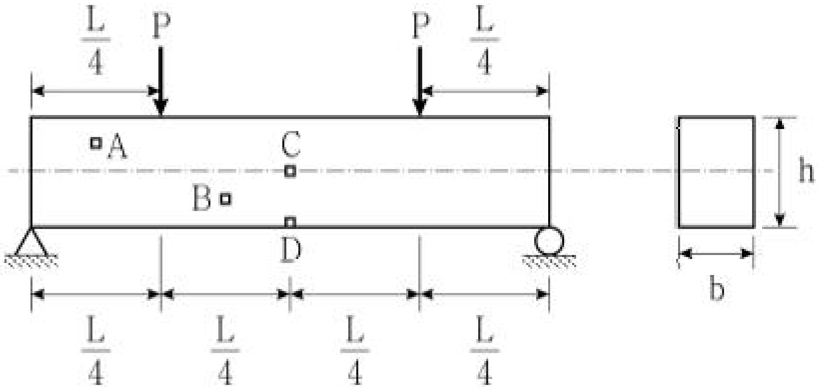
㉠ 직관법

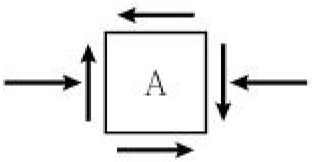
$N = N_{외적} + N_{내적} = [0] + [2] = 2$차 부정정

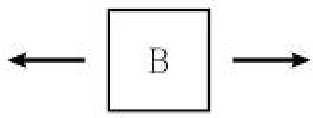
㉡ JSK법

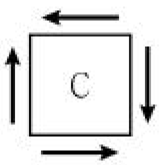
$N = 3\times[7+1] - 1\times[19+1] - 2\times1 = 2$차 부정정
㉢ 일반식
$N = r + m - 2K = 3 + 13 - 2\times7 = 2$차 부정정

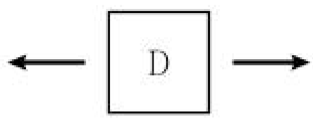
3. 그림과 같이 직사각형 단면의 단순보에 집중하중 P가 작용할 때, 점 A, B, C, D에서의 응력상태를 응력요소(Stress Element)로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은? (단, 깊은보 효과는 고려하지 않으며, 구조물의 자중은 무시한다)



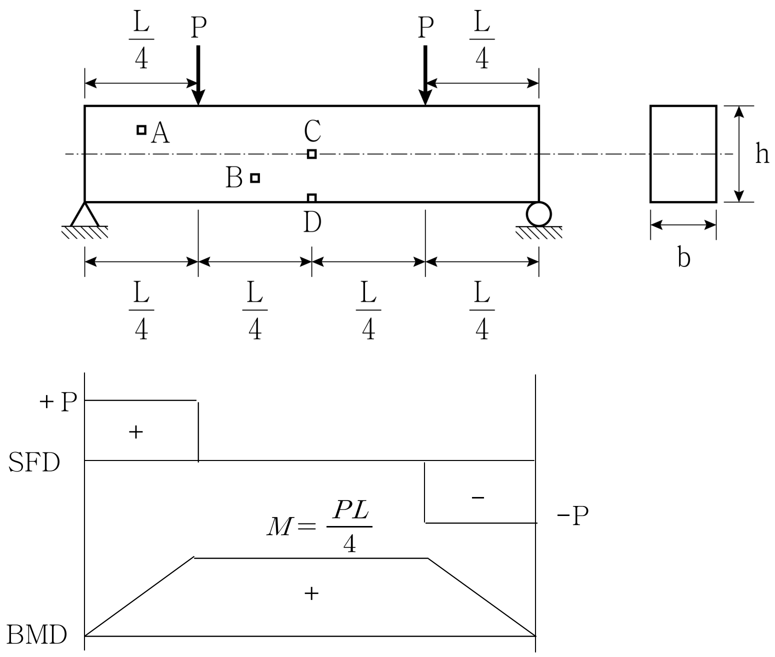
① 

② 

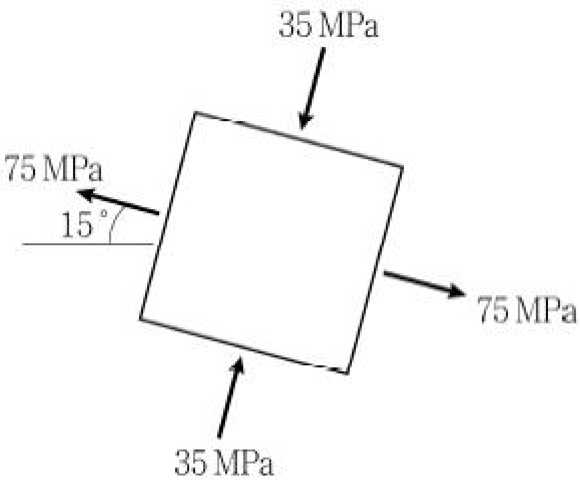
③ 

④ 

정답 ③
③ C단면은 중립축의 임의 한 요소이다. 중립축은 휨모멘트가 발생하더라도 휨응력 $\sigma = 0$이다. 중립축에서는 전단응력이 일반적으로 최대이지만 주어진 보에서는 하중이 없은 지간 중앙구간에서는 전단력이 없으므로 C점에서는 전단응력도 영이다. 따라서 C요소에는 아무런 응력이 발생하지 않는다.



4. 그림과 같은 평면응력상태에 있는 미소응력요소에서 최대전단응력의 크기[MPa]는?



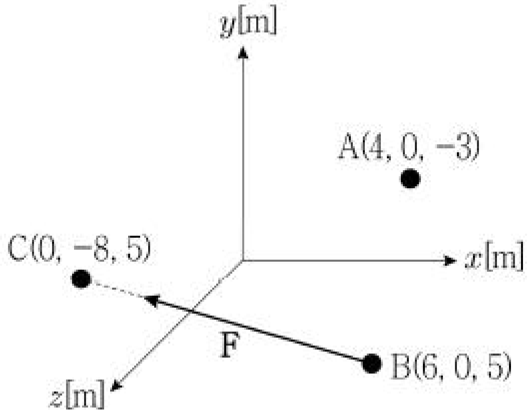
① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65

정답 ②

② 주어진 요소에는 전단응력이 작용하지 않으므로 주응력요소이다. 따라서 최대 주응력 $\sigma_{\max} = 75MPa$, 최소 주응력 $\sigma_{\min} = -35MPa$이다. 최대 전단응력은 두 주응력 차이의 1/2과 같다.

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{75-(-35)}{2} = 55MPa$$

5. 그림과 같이 B점에서 C점 방향으로 작용하는 크기가 10 kN인 힘 **F**에 의한 A점에서의 모멘트 벡터 $\mathbf{M}_A$ [kN·m]는? (단, **i**, **j**, **k**는 각각 x, y, z축에 대한 단위벡터이다)



① 16**i** − 48**j** − 48**k** ② 64**i** − 16**j** + 48**k**
③ 48**i** + 64**j** − 16**k** ④ 64**i** − 48**j** − 16**k**

정답 ④
④ 다음과 같이 구할 수 있다.
㉠ BC사이의 거리 d
$X = 6 - 0 = 6m$
$Y = 0 - (-8) = 8m$
$Z = 5 - 5 = 0$
$\therefore d = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \sqrt{6^2 + 8^2 + 0^2} = 10m$

㉡ 힘 F의 벡터성분
힘 F의 X와 Y 성분은 모두 (-)축 방향으로 향하고 있다.
$$F_X = -\frac{X}{d}F = -\frac{6}{10}\times 10 = -6kN$$
$$F_Y = -\frac{Y}{d}F = -\frac{8}{10}\times 10 = -8kN$$
$$F_Z = -\frac{Z}{d}F = -\frac{0}{10}\times 10 = 0$$
$\therefore\ F = -6i - 8j$

㉢ 모멘트 벡터 M_A

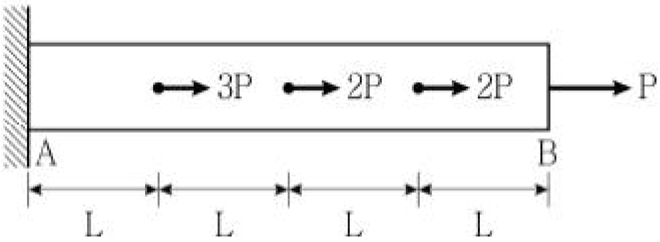
$$M_A = \begin{vmatrix} i & j & k \\ X & Y & Z \\ F_X & F_Y & F_Z \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 8 \\ -6 & -8 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= [0\times 0 - 8\times(-8)]i + [8\times(-6) - 2\times 0]j + [2\times(-8) - 0\times(-6)]k$$

$$= 64i -- 48j - 16k$$

6. 그림과 같은 축하중이 단면의 도심에 작용할 때, 부재의 최종 길이 변화량은? (단, 부재의 축방향 강성 EA는 일정하고, 구조물의 자중은 무시한다)



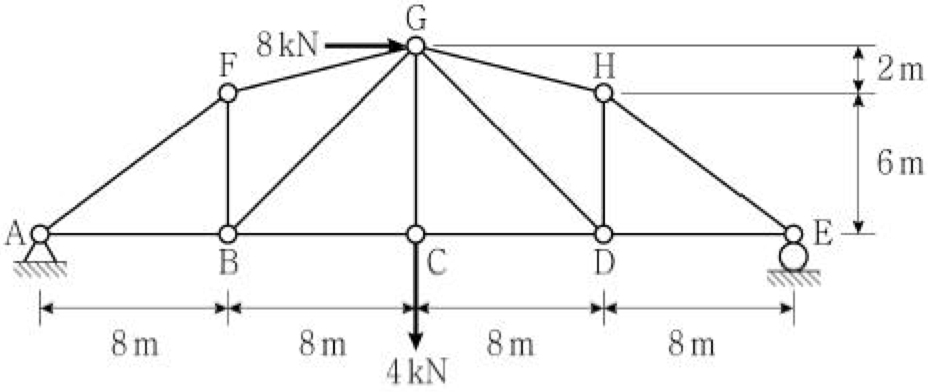
① $\dfrac{13PL}{EA}$ ② $\dfrac{15PL}{EA}$ ③ $\dfrac{17PL}{EA}$ ④ $\dfrac{19PL}{EA}$

정답 ③

③ 중첩법이 편리하다. 축방향 변형량 공식에서 작용하중의 크기와 고정단에서 작용하줌점까지 거리를 변수하여 B단의 변형량을 구한다.

$$\delta_B = \Sigma \frac{P_i L_i}{EA} = \frac{1}{EA}(3P\times L + 2P\times 2L + 2P\times 3L + P\times 4L) = \frac{17PL}{EA}$$

7. 그림과 같이 트러스에 하중이 작용할 때, 부재 EH의 부재력[kN]은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



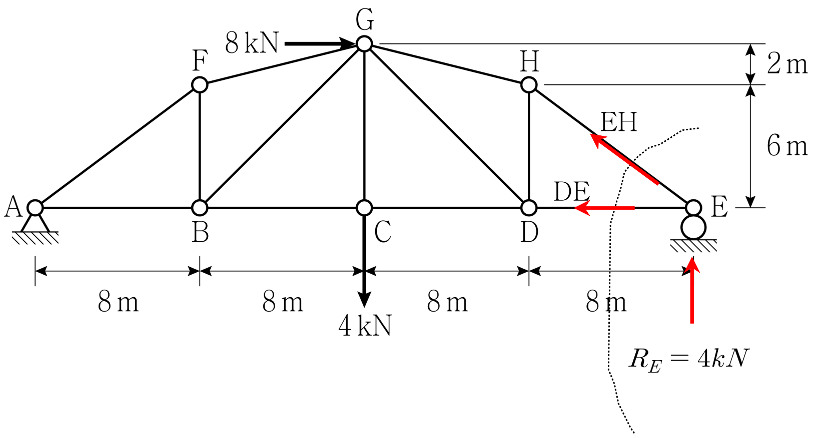
① $\frac{10}{3}$(압축) ② $\frac{10}{3}$(인장) ③ $\frac{20}{3}$(압축) ④ $\frac{20}{3}$(인장)

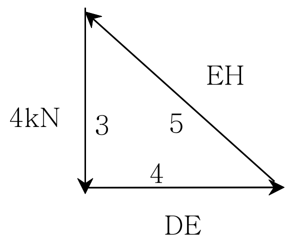
정답 ③

③ E지점의 수직반력을 구한 후에 폐합삼각형을 이용한다.

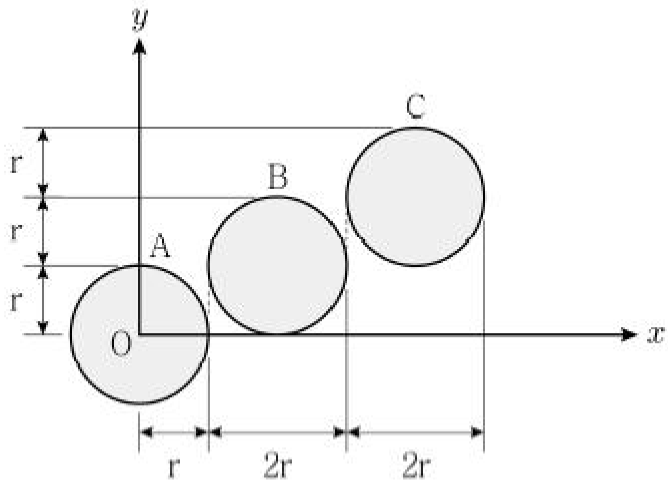
$R_E = \frac{4}{2} + \frac{8 \times 8}{8 \times 4} = 4kN(\uparrow)$

$\therefore EH = -\frac{5 \times 4}{3} = -\frac{20}{3}$(압축)





8. 그림과 같이 반지름 r인 원이 각각 다른 위치에 있을 때, 점 O에 대한 원형 단면 A, B, C의 각각 극관성모멘트의 비 $(I_{PO})_A : (I_{PO})_B : (I_{PO})_C$는?



① 1 : 11 : 41 ② 1 : 14 : 41
③ 1 : 11 : 65 ④ 1 : 14 : 65

정답 ①

① 평행축 정리를 이용하여 구한다. 세 도형의 단면적으로 동일하다. 원점에서 B 원의 도심

(G_B)까지 거리 R_1, 원점에서 C 원의 도심(G_C)까지 거리를 R_2로 한다.

$$(I_{PO})_A \ : \ (I_{PO})_B \ : \ (I_{PO})_C = (2I_X) \ : \ (2I_X + A\times R_1^2) \ : \ (2I_X + A\times R_2^2)$$

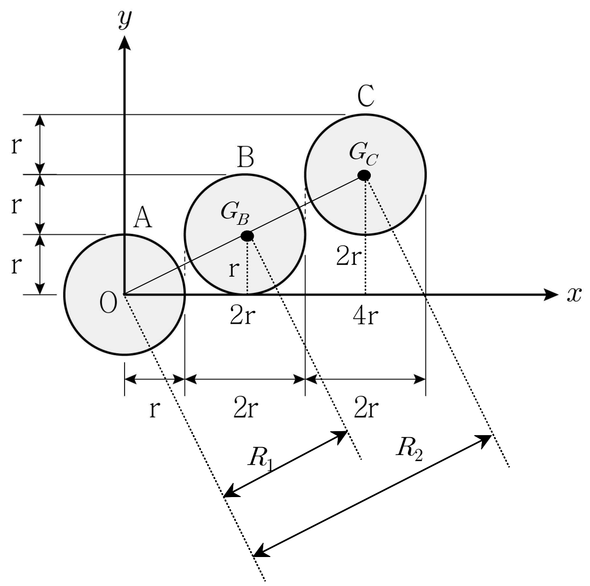
$$= (2\times\frac{\pi r^4}{4}) \ : \ (2\times\frac{\pi r^4}{4}+\pi r^2\times(\sqrt{5}\,r)^2) \ : \ (2\times\frac{\pi r^4}{4}+\pi r^2\times(\sqrt{20}\,r)^2)$$

$$= 1 \ : \ 11 \ : \ 41$$

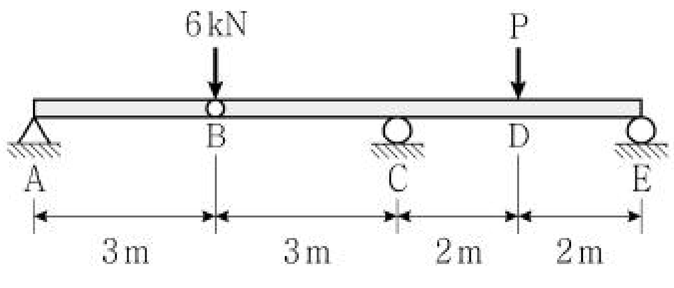
여기서, R_1과 R_2는 다음과 같다.

$R_1 = \sqrt{(2r)^2 + r^2} = \sqrt{5}\,r$

$R_2 = \sqrt{(4r)^2 + (2r)^2} = \sqrt{20}\,r$



9. 그림과 같이 게르버보에 집중하중이 작용하여 E점의 상향 수직반력의 크기가 2 kN일 때, 하중 P의 크기[kN]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 5 ② 9 ③ 11 ④ 13

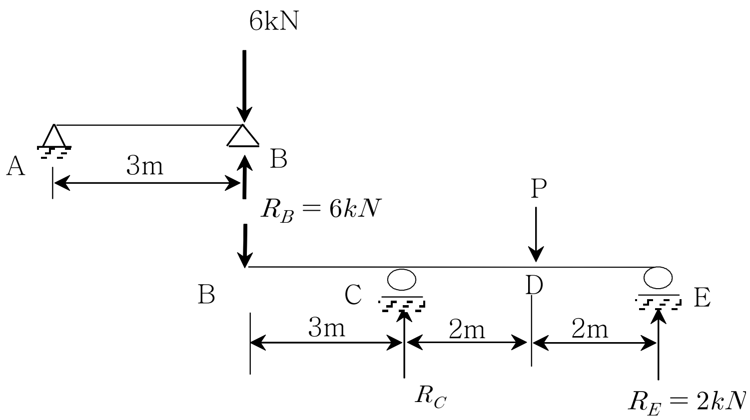
정답 ④

④ 문제에서 주어진 조건에 따라 게르버보를 해석한다. 적지간인 AB구간을 먼저 해석하는데 6kN이 B점 바로 위에 작용하고 있으므로 힌지절점인 B점의 수직반력은 6kN이 된다. 문제 조건에서 E점의 수직반력이 상향으로 2kN이라고 하였으므로 아래 그림의 BCE보에서

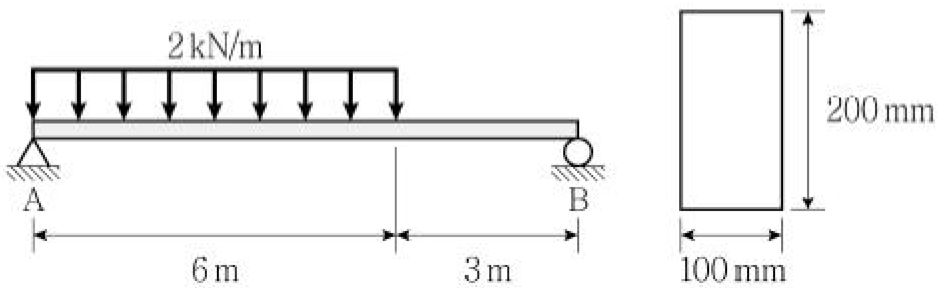
C점에 대한 힘의 평형조건식 $\sum M_C = 0$을 적용하면 편리하다.

$\sum M_C = 0, \quad -6 \times 3 + P \times 2 - 2 \times 4 = 0$

$\therefore \ P = 13kN$



10. 그림과 같이 직사각형 단면의 단순보에 등분포하중이 작용할 때, 직사각형 단면에 작용하는 최대 휨응력의 크기[MPa]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48

정답 ②

② 최대 휨응력은 최대 휨모멘트가 발생하는 단면의 상연과 하연에서 발생한다. 따라서 최대 휨모멘트가 발생하는 위치를 구하고 이 단면에서 최대 휨모멘트를 구한다. 최대 휨모멘트는 전단력이 영인 위치 또는 전단력의 부호가 바뀌는 점에서 발생한다.

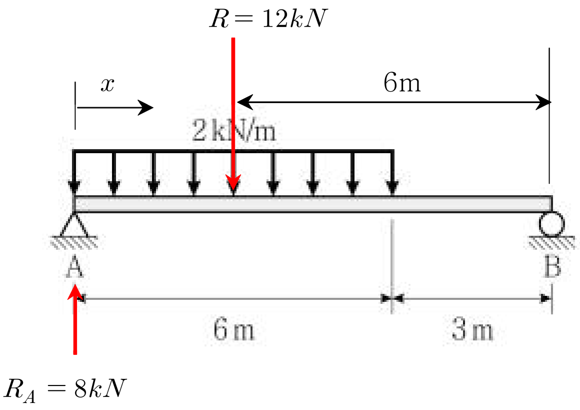
㉠ 전단력이 영인 위치

$R_A = \dfrac{R \cdot b}{L} = \dfrac{(2 \times 6) \times 6}{9} = 8kN(\uparrow)$

$S_x = R_A - \omega x = 0$

$8 - 2x = 0$

$\therefore x = 4m$



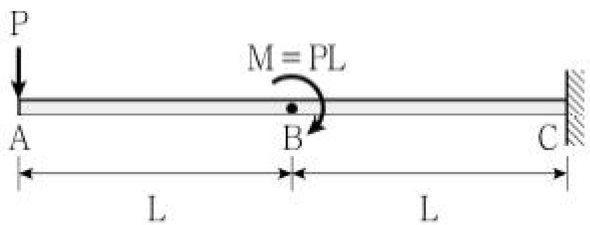
㉡ 최대 휨모멘트

$$M_{\max} = R_A \cdot x - \frac{\omega x^2}{2} = 8 \times 4 - \frac{2 \times 4^2}{2} = 16kN \cdot m$$

㉢ 최대 휨응력

$$\sigma_{\max} = \frac{6M_{\max}}{bh^2} = \frac{6 \times 16 \times 10^6}{100 \times 200^2} = 24MPa$$

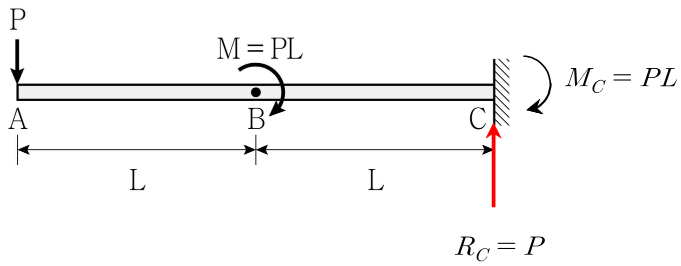
11. 그림과 같은 캔틸레버보에 집중하중 P와 모멘트하중 M = PL이 작용할 때, 옳지 않은 것은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



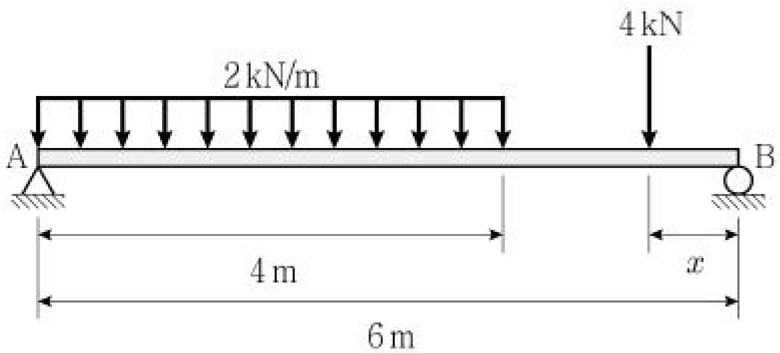
① A점에 발생하는 축력의 크기는 0이다.
② B점에 발생하는 전단력의 크기는 P이다.
③ C점에 발생하는 모멘트 반력의 크기는 0이다.
④ C점에 발생하는 수직반력의 크기는 P이다.

정답 ③
③ C점의 반력모멘트는 시계방향으로 $M_C = PL$이다.
① 축력은 작용하지 않으므로 전지간에 걸쳐 축력은 영이다.
② B단면의 전단력은 B단면에서 좌측을 고려하면 전단력 $S_B = -P$가 된다. 여기서 전단력의 부호가 없지만은 객관식에서는 주어진 지문들 중에서 최선의 정답을 선택한다.
④ C점의 수직반력은 힘의 평형조건식 $\sum V = 0$를 적용하면 구할 수 있다.

아래의 단면력도를 참고하기 바란다.



12. 그림과 같이 하중이 작용하는 단순보의 지점 A, B의 반력이 같기 위한 x [m]는? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

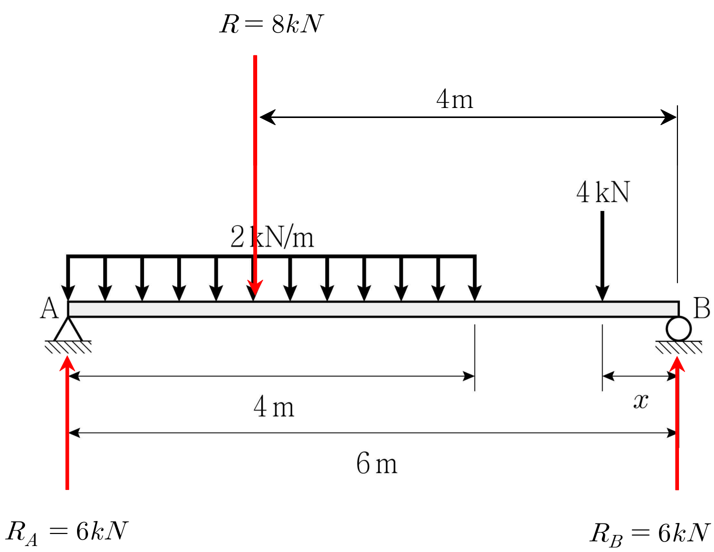
정답 ①

① 양지점의 수직반력이 같다는 조건이므로 양지점의 수직반력은 총연직하중 12kN을 1/2씩 부담하게 된다. 따라서 $R_A = R_B = 6kN$이다.

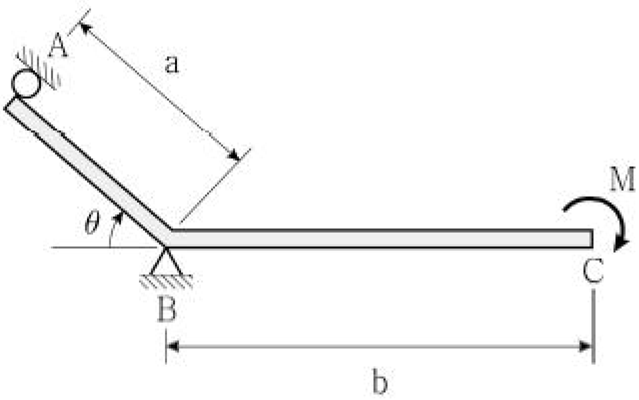
$$\Sigma M_B = 0, \quad R_A \times 6 - (2\times 4)\times 4 - 4\times x = 0$$

$$6\times 6 - (2\times 4)\times 4 - 4\times x = 0$$

$$\therefore x = 1m$$



13. 그림과 같이 구조물의 C점에 집중모멘트 M이 작용할 때, B점의 수직반력의 크기는? (단, $0 \le \theta < 90°$이고, 구조물의 자중은 무시한다)



① $\dfrac{M\sin\theta}{a}$　② $\dfrac{M\cos\theta}{a}$　③ $\dfrac{M\sin\theta}{b}$　④ $\dfrac{M\cos\theta}{b}$

정답 ②

② R_B는 R_A의 수직분력과 같다.

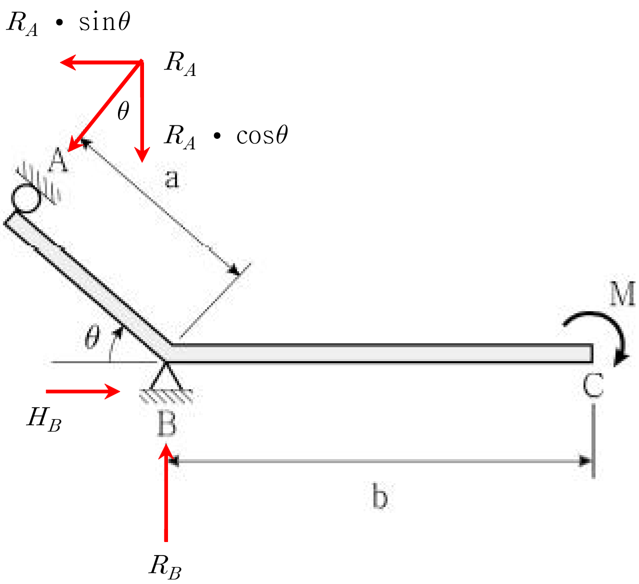
$\Sigma M_B=0,\quad -R_A\times a+M=0$

$\therefore\ R_A=\dfrac{M}{a}$

$\sum V=0, \quad -R_A \cdot \cos\theta + R_B = 0$

$$-\frac{M}{a}\times\cos\theta + R_B = 0$$

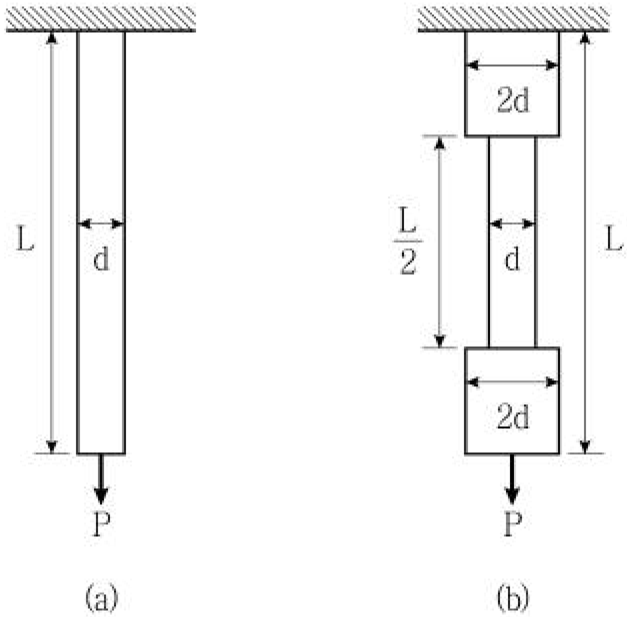
$$\therefore\ R_B = \frac{M\cdot\cos\theta}{a}$$



참고로

$H_B = R_A \cdot \sin\theta = \frac{M\cdot\sin\theta}{a}$

14. 그림과 같이 지름이 d 또는 2d인 원형 단면을 갖는 2개의 봉에 동일한 축력 P가 단면의 도심에 작용할 때, 각각의 봉에 저장되는 변형에너지의 비 $\frac{U_{(a)}}{U_{(b)}}$는? (단, 봉의 탄성계수는 동일하고, 응력집중효과는 고려하지 않으며, 자중은 무시한다)



① $\frac{3}{4}$　　② $\frac{4}{3}$　　③ $\frac{5}{8}$　　④ $\frac{8}{5}$

정답 ④

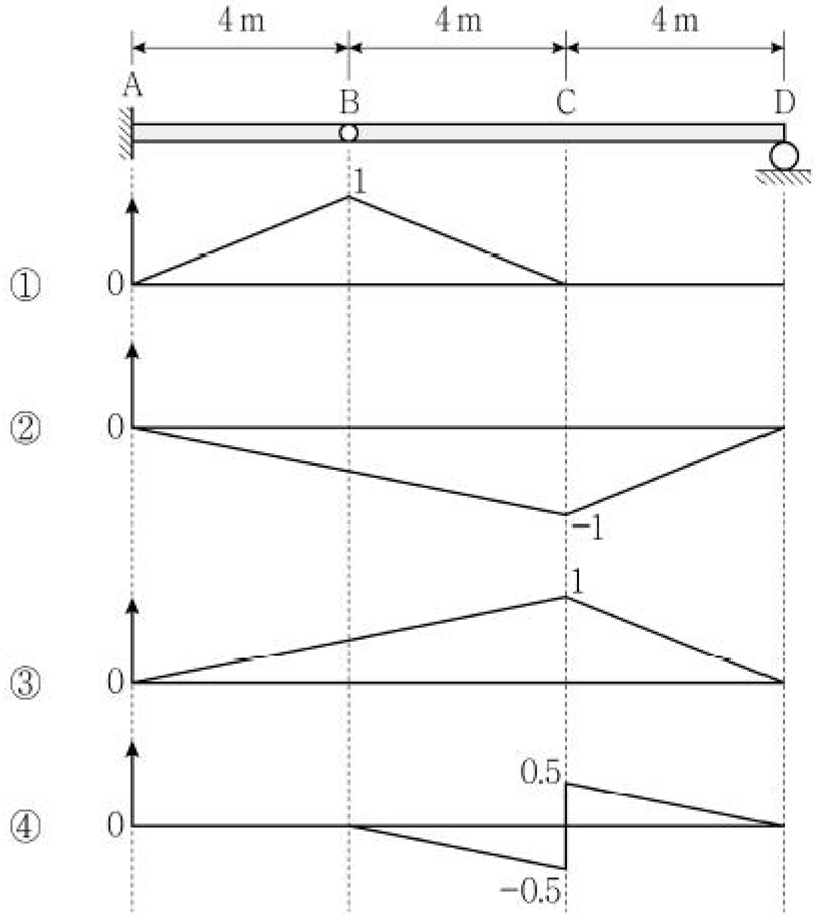
④ 축력에 대한 변형에너지의 일반식 $\frac{P^2L}{2EA}$을 이용한다. 여기서 단면적 $A=\frac{\pi d^2}{4}$이다.

$$U_a=\frac{P^2L}{2EA}$$

$$U_B=\frac{P^2(\frac{L}{2})}{2EA}+\frac{P^2(\frac{L}{2})}{2E(4A)}=\frac{5P^2L}{16EA}$$

$$\therefore\ \frac{U_a}{U_b}=\frac{8}{5}$$

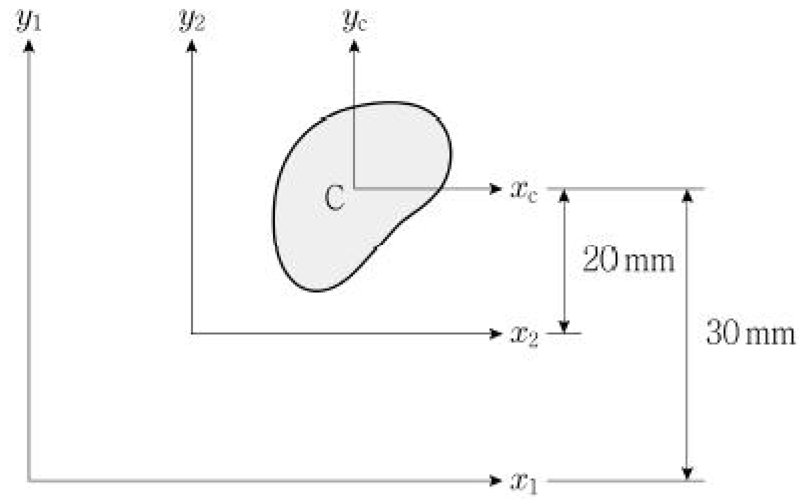
15. 그림과 같은 게르버보에서 점 C의 전단력에 대한 영향선은?



정답 ④

④ 적지간에 대한 영향선도는 적지간에만 그려진다. 적지간은 BCD구간이므로 C단면의 전단력의 영향선도는 적지간 BCD구간에만 그려져야 하므로 ④가 옳다.

16. 그림과 같이 도심이 C인 단면의 단면적(A)이 100 mm^{2}이고, x_1축에 대한 단면 2차 모멘트(I_{x_1})가 100,000 mm^{4}일 때, x_2축에 대한 단면 2차 모멘트(I_{x_2})의 크기[mm^4]는?



① 50,000 ② 80,000 ③ 100,000 ④ 140,000

정답 ①

① 평행축정리 $I_x = I_c + A \times y^2$를 이용한다.

x_2축에 대한 단면2차 모멘트 : $I_{x2} = I_{xc} + 100 \times 20^2$

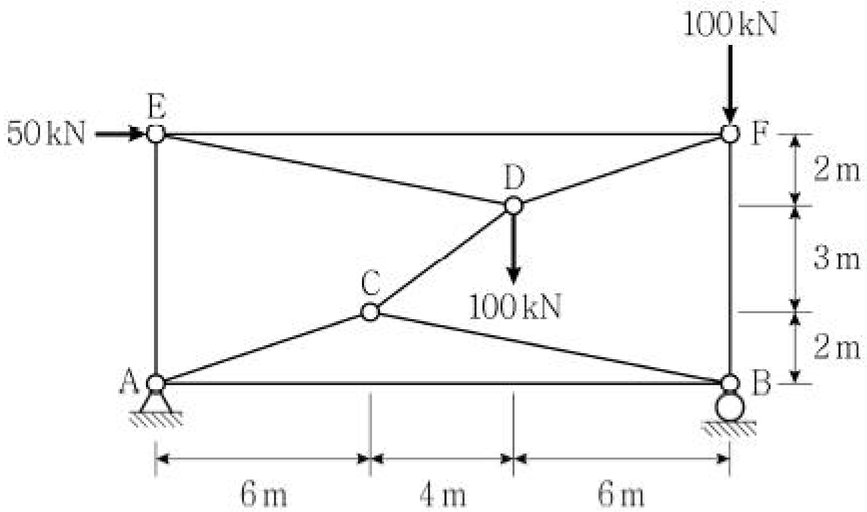
x_1축에 대한 단면2차 모멘트 : $100{,}000 = I_{xc} + 100 \times 30^2$

여기서 I_{x2}에서 I_{x1}을 뺀다.

$\therefore\ I_{x2} - 100{,}000 = 100 \times (400 - 900)$

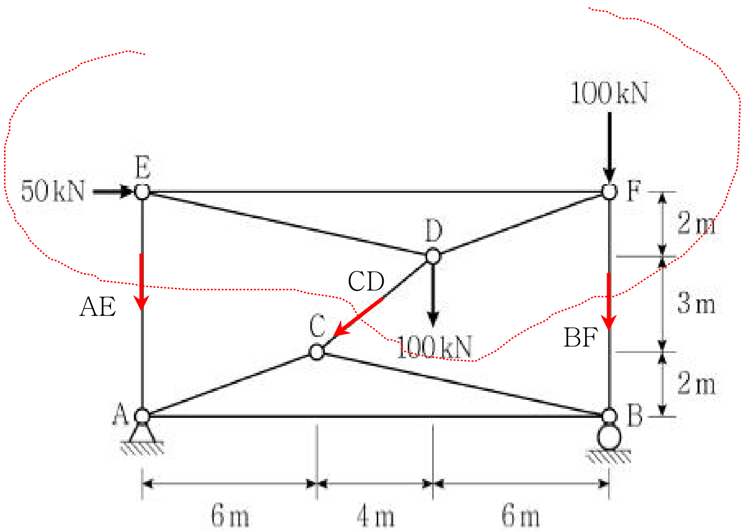
$\therefore\ I_{x2} = 50{,}000 mm^4$

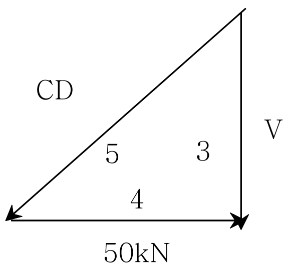
17. 그림과 같이 단순 지지된 트러스 구조물에서 CD부재의 부재력[kN]은? (단, 구조물의 자중은 무시한다)



① 31.25 (압축)　　　　　② 31.25 (인장)
③ 62.5 (압축)　　　　　④ 62.5 (인장)

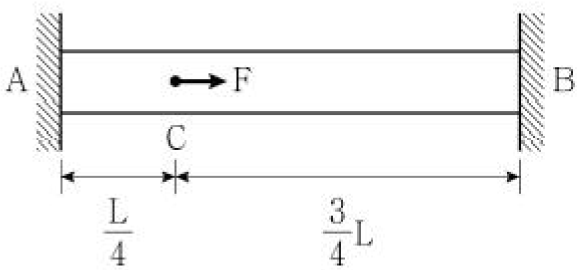
정답 ④
④ 자유물체도에서 폐합삼각형을 이용한다. 이 때 자유물체도 범위는 절단면에서 위로 형성하는 것이 편리하다. 절단면 내에서 힘의 폐합삼각형으로 구한다.





$$\therefore CD = +\frac{5\times 50}{4} = +62.5kN(\text{인장})$$

18. 그림과 같이 C점에 축력 F가 단면의 도심에 작용할 때, C점의 축방향 변위의 크기는? (단, 구조물의 축방향 강성은 EA이고, 구조물의 자중은 무시한다)

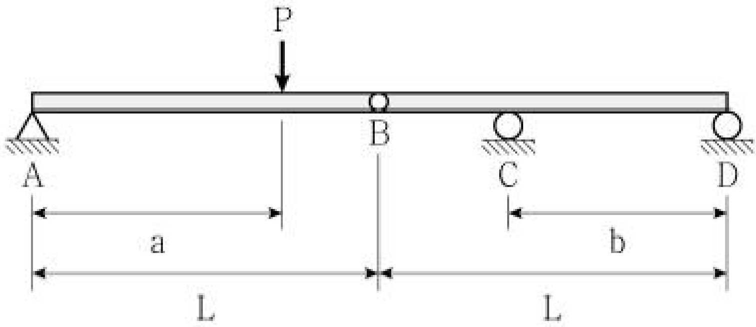


① $\dfrac{FL}{8EA}$　　② $\dfrac{3FL}{16EA}$　　③ $\dfrac{FL}{4EA}$　　④ $\dfrac{5FL}{16EA}$

정답 ②
② JSK법에 의하면 병렬구조물이다.

$$\delta_C = \frac{F}{\frac{EA}{\frac{L}{4}} + \frac{EA}{\frac{3L}{4}}} = \frac{3PL}{16EA}$$

19. 그림과 같은 게르버보에서 C점의 상향 수직반력이 P의 2배가 되기 위한 $\frac{a}{b}$는? (단, 0 < a < L, 0 < b < L이며, 구조물의 자중은 무시한다)



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5

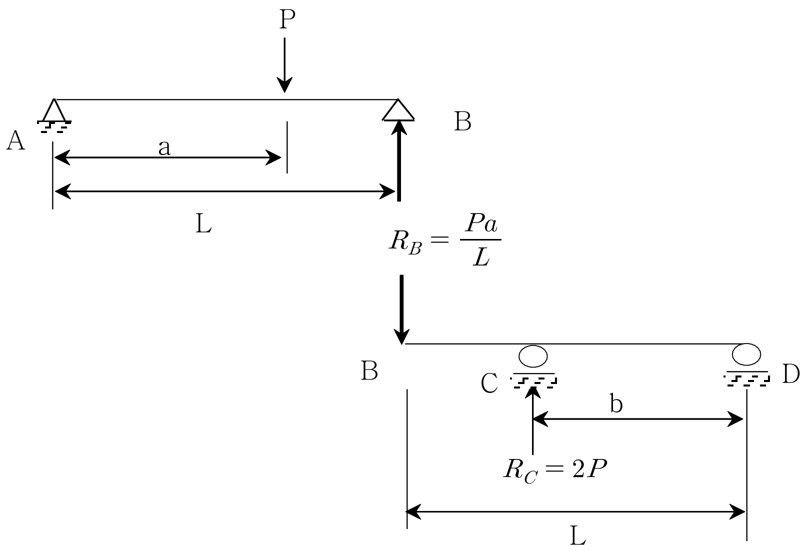
정답 ①

① AB 적지간에서 B점의 수직반력을 구하고 내민보 BCD에서 D점에 대한 힘의 평형조건식 $\sum M_D = 0$을 적용한다. 여기서 C점의 수직반력 $R_C = 2P$는 문제의 조건에서 주어져 있다.

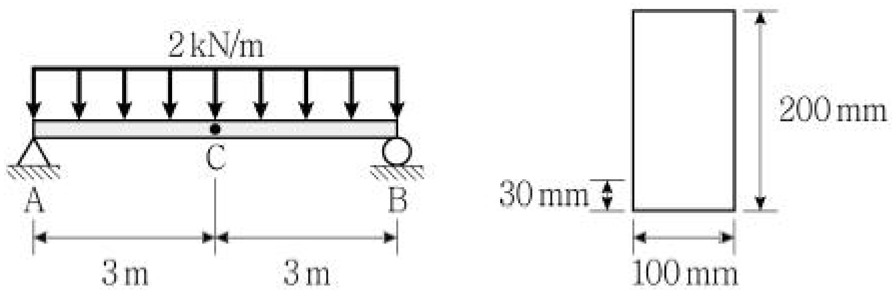
$$\therefore \ R_B = \frac{Pa}{L}$$

$$\sum M_D = 0, \quad -\frac{Pa}{L} \times L + 2P \times b = 0$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2$$



20. 그림과 같이 직사각형 단면의 단순보에 등분포하중이 작용할 때, C점의 단면 하단부에서 30 mm만큼 떨어진 높이에 작용하는 휨응력의 크기[MPa]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 4.05 ② 6.75 ③ 9.45 ④ 13.5

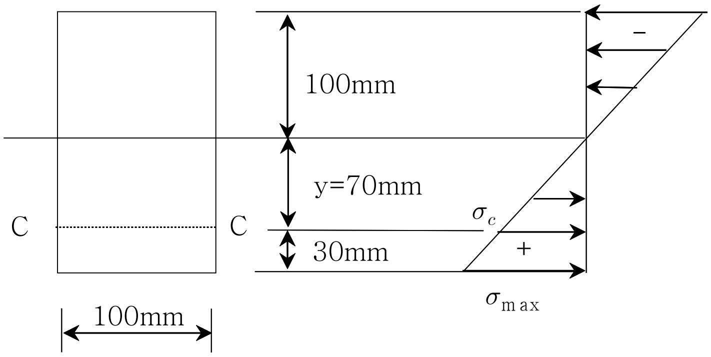
정답 ③

③ 임의 단면에 대한 휨응력의 일반식을 이용하여 구하거나 하연의 최대 휨응력을 구해서 비례식으로 구할 수 있다.

㉠ 일반식 이용

C단면은 중립축으로부터 70mm 떨어진 단면이다.

$$\therefore \quad \sigma_c = \frac{M_C}{I} y = \frac{\frac{2 \times 6^2}{8} \times 10^6}{\frac{100 \times 200^3}{12}} \times 70 = 9.45 MPa(\text{인장})$$



㉡ σ_{max} 이용

중립축으로부터 100mm 떨어진 하연에서 최대 휨응력이 발생한다. C단면으로 중립축으로부터 거리가 70mm 떨어진 단면이다. 탄성해석에서 휨응력은 중립축으로부터 거리에 비례함으로 σ_c는 σ_{max}의 $\frac{7}{10}$에 해당된다.

$$\sigma_c = \sigma_{max} \times \frac{7}{10} = \frac{6M_C}{bh^2} \times \frac{7}{10} = \frac{6 \times \frac{2 \times 6^2}{8} \times 10^6}{100 \times 200^2} \times \frac{7}{10} = 9.45MPa(\text{인장})$$