1. [정답] ②

[해설] $\log_3 36 - 4\log_3\sqrt{2} = \log_3 \dfrac{36}{(\sqrt{2})^4} = \log_3 9 = 2$

2. [정답] ①

[해설] $f(1)=3,\ g(3)=1$**이므로** $g(f(1))=1$

또, $g^{-1}(2)=p$**라 하면** $g(p)=2$**이므로** $p=2$

$f^{-1}(2)=q$**라 하면** $f(q)=2$**이므로** $q=3$

$\therefore f^{-1}(g^{-1}(2))=3$

$\therefore g(f(1))+f^{-1}(g^{-1}(2))=1+3=4$

3. [정답] ②

[해설] $\dfrac{1}{\sqrt{3}}=3^{-\frac{1}{2}}$**이므로 주어진 방정식은** $3^{3(x-1)}=3^{-\frac{1}{2}(3-5x)}$

밑이 같으므로 지수를 비교하면

$3x-3=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{2}x$

$\dfrac{1}{2}x=\dfrac{3}{2} \qquad \therefore x=3$

4. [정답] ③

[해설] $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=a,\ \lim\limits_{x\to\infty} g(x)=b$**라 하면, 극한의 성질에 의하여**

$\lim\limits_{x\to\infty}\{2f(x)+g(x)\}=2a+b=7,\ \lim\limits_{x\to\infty}\{f(x)-2g(x)\}=a-2b=1$

두 식을 연립하여 풀면

$a=3,\ b=1$

$\therefore \lim\limits_{x\to\infty}\{f(x)+g(x)\}=a+b=4$

5. [정답] ①

[해설] $y=x^2-2kx+k=(x-k)^2-k^2+k$이고,

이 이차함수의 최솟값이 -3이므로

$-k^2+k=-3 \qquad \therefore k^2-k-3=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의해 모든 실수 k의 합은 -1이다.

6. [정답] ①

[해설] 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

한편 두 눈의 수의 합 k는 $2\le k\le 12$이고, $i^k=1$이려면 k는 4의 배수여야 하므로 주어진 범위에서 가능한 $k=4,\ 8,\ 12$이다.

(i) $k=4$인 경우 : $(1,3)$, $(2,2)$, $(3,1)$

(ii) $k=8$인 경우 : $(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$

(iii) $k=12$인 경우 : $(6,6)$

즉 구하는 경우의 수는 9이므로, 확률은 $\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

7. [정답] ④

[해설] $n(A^C\cap B^C)=n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$이므로

$n(A\cup B)=n(U)-n(A^C\cap B^C)=20-4=16$

따라서

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=15+8-16=7$

8. [정답] ④

[해설] $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$를 이용하면 주어진 방정식은

$2(1-\cos^2\theta)+3\cos\theta=0$

$2\cos^2\theta-3\cos\theta-2=0, \quad (2\cos\theta+1)(\cos\theta-2)=0$

$\therefore \cos\theta=-\dfrac{1}{2}$ $(\because -1\le\cos\theta\le1)$

$0\le\theta\le\pi$이므로, $\theta=\dfrac{2}{3}\pi$

9. [정답] ④

[해설] $\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\dfrac{ax^2+bx+c}{x^2-1}=1$**이므로** $a=1$

또, $\lim_{x\to-1}(x^2-1)=0$**인데** $\lim_{x\to-1}f(x)=2$**이므로** $\lim_{x\to-1}(ax^2+bx+c)=0$

즉 $f(x)$**의 분자는 최고차항의 계수가** 1**이고** $x+1$**을 인수로 가지므로**

$ax^2+bx+c=(x+1)(x+k)$**로 두고** $\lim_{x\to-1}f(x)=2$**에 대입하면**

$\lim_{x\to-1}f(x)=\lim_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(x+k)}{(x+1)(x-1)}=-\dfrac{k-1}{2}=2$

$k-1=-4 \qquad \therefore k=-3$

$\therefore ax^2+bx+c=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$**이므로**

$a+b+c=1-2-3=-4$

10. [정답] ③

[해설] A, B**가 서로 독립이므로** $P(A)P(B)=P(A\cap B)=\dfrac{1}{8}$

$P(A)=2P(B)$**를 대입하면**

$2\{P(B)\}^2=\dfrac{1}{8} \qquad \therefore P(B)=\dfrac{1}{4}$ ($\because 0\le P(B)\le 1$)

$\therefore P(A)=2P(B)=\dfrac{1}{2}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}=\dfrac{5}{8}$

11. [정답] ①

[해설] 수열 $\{a_n\}$**의 공비를** r**이라 하면**

$\dfrac{a_5}{a_2}=r^3=27$**이므로** $\quad r=3$

$\therefore a_3=a_2\times r=2\times 3=6$

12. [정답] ③

[해설] $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

$$= (x^2 - 8x + 10)x^2 = x^4 - 8x^3 + 10x^2$$

따라서 x^2의 계수는 10이다.

13. [정답] ②

[해설] $y = ax + 2$의 역함수를 구하기 위해 x와 y를 맞바꾸면

$x = ay + 2$, $ay = x - 2$ $\therefore y = \frac{1}{a}x - \frac{2}{a}$

이것이 $y = ax + 2$와 같으므로, $a = \frac{1}{a}$, $2 = -\frac{2}{a}$

$\therefore a = -1$

14. [정답] ②

[해설] 공식에 의하여 내분점 P의 좌표를 구하면

$$P\left(\frac{1 \times 5 - 2 \times 1}{3}, \frac{1 \times 4 + 2 \times 1}{3}\right) = P(1, 2)$$

한편 직선 AB의 기울기는 $\frac{4-1}{5-(-1)} = \frac{1}{2}$이므로

구하는 직선의 기울기는 -2이다.

따라서 점 P를 지나고 직선 AB에 수직인 직선의 방정식은

$y = -2(x-1) + 2$ $\therefore y = -2x + 4$

따라서 y절편은 4

15. [정답] ③

[해설] $\int_{-1}^{3} f(x-1)dx = \int_{-2}^{2} f(x)dx$

$$= \int_{-2}^{0} (-x)dx + \int_{0}^{2} x^3 dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2}x^2\right]_{-2}^{0} + \left[\frac{1}{4}x^4\right]_{0}^{2} = 2 + 4 = 6$$

16. [정답] ②

[해설] 진수 조건으로부터 $k>0,\ 5k+6>0 \qquad \therefore k>0$

부등식의 양변을 밑이 4**인 로그로 통일하면**

$\log_4 k^2 \le \log_4 (5k+6)$

$k^2 \le 5k+6,\quad k^2-5k-6 \le 0$

$(k-6)(k+1) \le 0 \qquad \therefore -1 \le k \le 6$

범위를 종합하면 $0<k\le 6$**이므로, 정수** k**는** 1**부터** 6**까지** 6**개**

17. [정답] ③

[해설] n**이 충분히 크므로 이항분포를 정규분포로 근사하면**

$X \sim N(90, 6^2)$

$$\begin{aligned}\therefore P(81 \le X \le 96) &= P\left(\frac{81-90}{6} \le Z \le \frac{96-90}{6}\right) \\ &= P(-1.5 \le Z \le 1) \\ &= P(0 \le Z \le 1.5) + P(0 \le Z \le 1) \\ &= 0.3413 + 0.4332 = 0.7745\end{aligned}$$

18. [정답] ①

[해설] $(x+y)+(xy-2)i=4$**로 정리할 수 있으므로**

$x+y=4,\ xy=2$

$$\begin{aligned}\therefore x^3+y^3 &= (x+y)^3-3xy(x+y) \\ &= 4^3-3\times 2\times 4 \\ &= 64-24=40\end{aligned}$$

19. [정답] ④

[해설] $\frac{1}{n}=t$**로 치환하면,** $n\to\infty$**일 때** $t\to 0$**이므로,**

$$\lim_{n\to\infty} n\left\{f(2+\frac{2}{n})-f(2-\frac{1}{n})\right\}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}\{f(2+2t)-f(2-t)\}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{\{f(2+2t)-f(2)\}-\{f(2-t)-f(2)\}}{t}$$

$$=2\lim_{t\to 0}\frac{f(2+2t)-f(2)}{2t}+\lim_{t\to 0}\frac{f(2-t)-f(2)}{-t}$$

$$=3f'(2)$$

$f'(x)=4x-3$**에서** $f'(2)=5$**이므로, 구하는 답은** 15**이다.**

[참고] 위의 아이디어가 떠오르지 않았을 경우, 이 문제는 $f(x)$ **자체가 고차식이 아니므로 그냥 대입해서 풀어도 된다.**

$$f(2+\frac{2}{n})=2(2+\frac{2}{n})^2-3(2+\frac{2}{n})+5$$

$$=8+\frac{16}{n}+\frac{8}{n^2}-6-\frac{6}{n}+5=\frac{8}{n^2}+\frac{10}{n}+7$$

$$f(2-\frac{1}{n})=2(2-\frac{1}{n})^2-3(2-\frac{1}{n})+5$$

$$=8-\frac{8}{n}+\frac{2}{n^2}-6+\frac{3}{n}+5=\frac{2}{n^2}-\frac{5}{n}+7$$

$$\therefore f(2+\frac{2}{n})-f(2-\frac{1}{n})=\frac{6}{n^2}+\frac{15}{n}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} n\left\{f(2+\frac{2}{n})-f(2-\frac{1}{n})\right\}=\lim_{n\to\infty} n(\frac{6}{n^2}+\frac{15}{n})$$

$$=\lim_{n\to\infty}(\frac{6}{n}+15)=15$$

20. [정답] ②

[해설] (가)로부터 $f(x)$는 우함수이고,

(나), (다)의 경우 사차함수의 개형에 $y=2$, $y=-2$를 그려 생각해 보면,

극댓값이 2, 극솟값이 -2라는 말이 된다.

따라서 $f(x)$는 $x=0$에서 극대가 되고,

$f(x)$가 극소가 되는 x를 $x=\pm k$라고 하면,

$f'(x)=4x(x+k)(x-k)$

($\because f(x)=x^4+\ldots$이므로 $f'(x)=4x^3+\ldots$에서 최고차항의 계수는 4)

전개하면

$f'(x)=4x(x^2-k^2)=4x^3-4k^2x$

여기서 극댓값 $f(0)=2$이므로, 부정적분을 취하면

$f(x)=x^4-2k^2x^2+2$

이 때, $f(k)=-2$이므로 $x=k$를 대입하면

$f(k)=k^4-2k^4+2=-2$

$k^4=4 \qquad \therefore k^2=2$

$\therefore f(x)=x^4-4x^2+2$

$\therefore f(1)=1-4+2=-1$