

1번 ①

연립 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} x(x+y)=7 \\ 2(x+y)=7 \end{cases}$$

$$\therefore x=2$$

이를 위의 식에 대입하여 정리하면 $y=\frac{3}{2}$

$$\therefore x-y=\frac{1}{2}$$

2번 ②

$$f(6)=-5$$

$$f^{-1}(6)=k \text{라 하면 } f(k)=6$$

$x \geq -1$ 구간에서의 치역은 $y \leq 2$ 이고

$x < -1$ 구간에서의 치역은 $y > 2$ 이므로

아래의 식에 대입해서 구해야 한다.

$$k^2+2k+3=6$$

$$k=1 \text{ or } -3$$

$k < -1$ 이므로 $k=-3$

$$\therefore f^{-1}(6)+f(6)=-3-5=-8$$

3번 ②

모든 확률의 합은 1이므로

$$a+b=\frac{1}{2}$$

$$E(X)=-a+b+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1 \text{ 이므로}$$

$$a=b=\frac{1}{4}$$

$$\therefore V(X)=\frac{1}{4}+0+\frac{1}{4}+1+\frac{3}{2}-1=2$$

4번 ②

$$\sum_{k=1}^{2019} ka_{k+1} = a_2 + 2a_3 + 3a_4 + \dots + 2019a_{2020} = 26$$

$$\sum_{k=1}^{2019} (k+1)a_k = 2a_1 + 3a_2 + 4a_3 + \dots + 2020a_{2019} = 47$$

아래의 식에서 위의 식을 빼면,

$$2(a_1 + a_2 + \dots + a_{2019}) - 2019a_{2020} = 21$$

$$a_{2020} = \frac{1}{2019} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{2019} a_k = 11$$

5번 ④

$0 \leq a \leq b < c < 12$ 를 만족하는 순서쌍의 개수는

$0 \leq a \leq b < c \leq 11$ 를 만족하는 순서쌍의 개수와 같다.

따라서 구하고자 하는 순서쌍의 개수는

$0 \leq a \leq b \leq c \leq 11$ 을 만족하는 순서쌍에서

$0 \leq a \leq b = c \leq 11$ 을 만족하는 순서쌍을 뺀 값이다.

또한 $0 \leq a \leq b = c \leq 11$ 를 만족하는 순서쌍은

$0 \leq a \leq b \leq 11$ 를 만족하는 순서쌍의 개수와 같다.

$$\therefore {}_{12}H_3 - {}_{12}H_2 = 364 - 78 = 286$$

6번 ②

주어진 부등식을 정리하면,

$$p: -3 \leq x \leq 4$$

$$q: a-2 \leq x \leq a+2$$

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로

q 의 범위가 p 의 범위에 포함되어야 한다.

따라서 $-3 \leq a-2, a+2 \leq 4$

$$\therefore -1 \leq a \leq 2$$

7번 ①

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2-2h)}{2h} = \frac{5}{2} f'(2) = 15$$

8번 ④

$(f \circ f)(x) = x$ 이므로 $x=5$ 를 대입하면,

$$f(f(5)) = f(2) = 5$$

$(5, 2), (2, 5)$ 를 지나는 직선이므로

$$f(x) = -x + 7$$

$$\therefore a = -6$$

9번 ③

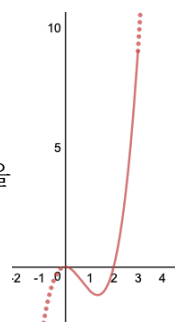
$y=f(x)$ 그래프의 개형은 오른쪽과 같다.

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \text{ 이므로}$$

$x=2$ 일 때 최솟값, $x=3$ 일 때 최댓값을 갖는다.

$$F(2) = -\frac{4}{3}, F(3) = \frac{9}{4}$$

$$\therefore Mm = -3$$



10번 ②

- ㄱ. 속도가 t 이므로 시간에 따라 증가한다. (참)
 ㄴ. $t=2$ 일 때 속도의 부호가 변하지 않으므로 (거짓)
 ㄷ. $v'(t) = \begin{cases} 1 & (0 < t \leq 2) \\ 2t-6 & (t > 2) \end{cases}$ 이므로 $v'(3)=0$ (참)

∴ ㄱ, ㄷ

11번 ④

$$\log_4 16 = 4 \log_4 2 = \frac{1}{3} \quad \therefore \log_2 a = 12$$

$$\log_8 b = \frac{1}{3} \log_2 b = \frac{4}{9} \quad \therefore \log_2 b = \frac{4}{3}$$

위의 두 식을 나누면

$$\frac{\log_2 a}{\log_2 b} = 9, \log_2 a = 9$$

$$\therefore \log_{\sqrt{b}} a^2 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_2 a = 4 \log_2 a = 36$$

12번 ②

이차함수와 직선의 그래프가 만나는 점의 x 좌표를 각각 α, β 라 하면 α, β 는 $-x^2+2x+3=x+2$ 의 두 근이다.

즉, $x^2-x-1=0$ 의 두 근이 α, β

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{2} \times |\alpha - \beta| = \sqrt{10}$$

13번 ③

축의 방정식은 $x=a$ 이다.

1) $a < 0$

$x=0$ 일 때의 값이 최솟값이다.

$$f(0) = 2a = -12$$

$$\therefore a = -6$$

2) $0 \leq a \leq 2$

$x=a$ 일 때의 값이 최솟값이다.

$$f(a) = 2a^2 - 4a^2 + 2a = -12$$

$$a^2 - a - 6 = 0$$

$$a = -2 \text{ or } 3$$

$0 \leq a \leq 2$ 범위에 포함되지 않으므로 최솟값이 -12 가 되게 하는 a 는 존재하지 않는다.

3) $2 < a$

$x=2$ 일 때의 값이 최솟값이다.

$$f(2) = 8 - 6a = -12$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}$$

$$\therefore -6 + \frac{10}{3} = -\frac{8}{3}$$

14번 ①

두 점을 2:1로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{2a-1}{3}, -2 \right)$$

이 점이 원의 둘레 및 내부에 있으므로 대입하면,

$$\left(\frac{2a-1}{3} \right)^2 + 4 \leq 13$$

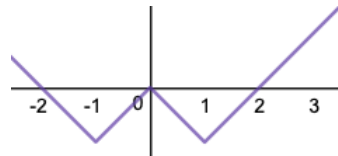
부등식을 정리하면,

$$-4 \leq a \leq 5$$

∴ 10개

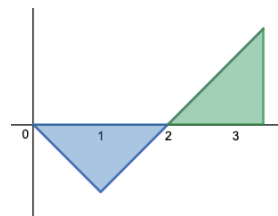
15번 ④

$y=g(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



양수 t 에 대하여 $\int_0^t g(x)dx = 0$ 이기 위해서는 다음 그림

과 같이 두 부분의 넓이가 같아야 한다.



파란색 삼각형의 넓이가 1이므로 녹색 삼각형의 넓이도 1이 되어야 한다.

따라서 녹색 삼각형의 밑변의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

$$\therefore t = 2 + \sqrt{2}$$

16번 ③

집합 $A \cap B^C$ 의 모든 원소의 합은

50이하의 자연수 중 3의 배수의 합에서 12의 배수의 합을 뺀 값이다.

$$\therefore \frac{3+48}{2} \times 16 - \frac{12+48}{2} \times 4 = 288$$

17번 ①

주어진 식을 인수분해하면,

$$a_7^2 - a_1^2 = (a_7 + a_1)(a_7 - a_1) = 36$$

공차가 3이므로

$$a_7 - a_1 = 6d = 18$$

$$\therefore a_1 + a_7 = 2$$

$$\therefore \sum_{k=1}^7 a_k = \frac{a_1 + a_7}{2} \times 7 = 7$$

18번 ①

임의로 뽑은 900명 중 600명이 입장하였으므로 $\hat{p} = \frac{2}{3}$ 이다.

모비율 추정공식에 대입하면

$$\frac{2}{3} - 2.5 \times \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{900}} \leq p \leq \frac{2}{3} + 2.5 \times \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{900}}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{36} \leq p \leq \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{2}}{36}$$

$$a = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{36}, \quad b = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{2}}{36}$$

$$\therefore b^2 - a^2 = (b+a)(b-a) = \frac{4}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{18} = \frac{2\sqrt{2}}{27}$$

19번 ②

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k}{n^2} f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k}{n} f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) \frac{1}{n} = \int_0^1 2x(1+2x)^2 dx$$

$$2 \int_0^1 (4x^3 + 4x^2 + x) dx = 2 \left[x^4 + \frac{4}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 \right]_0^1 = \frac{17}{3}$$

20번 ④

$$\{a_n\} = 4, 6, 4, 6, \dots$$

$$(\text{준식}) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{2^{2n-1}} + \frac{6}{3^{2n}} \right) = \frac{2}{1 - \frac{1}{4}} + \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{41}{12}$$

$$\therefore p+q=53$$