

## 2교시 정답 및 해설

### • 2교시 수리 영역 •

#### [가형]

1	3	2	2	3	1	4	4	5	1
6	5	7	3	8	3	9	4	10	4
11	1	12	3	13	2	14	5	15	5
16	4	17	1	18	2	19	5	20	2
21	3	22	3	23	10	24	32	25	16
26	2	27	120	28	24	29	170	30	9

1. [출제의도] 행렬의 덧셈과 곱셈 계산하기

$$AB+B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

따라서 모든 성분의 합은 6

2. [출제의도] 지수와 로그의 성질을 알고 계산하기

$$\log_4(2^{\frac{7}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}) = \log_4 2^4 = \log_4 4^2 = 2$$

3. [출제의도] 함수의 극한의 뜻을 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x \right\}^{-2} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

4. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이해하기

$$y = \frac{\pi}{3} - x \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{3} \cos x + 2 \sin \left( \frac{\pi}{3} - x \right) \\ &= 2\sqrt{3} \cos x - \sin x \\ &= \sqrt{13} \sin(\alpha - x) \end{aligned}$$

$$\left( \text{단, } \sin \alpha = \frac{2\sqrt{39}}{13}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{13} \right)$$

따라서 최댓값은  $\sqrt{13}$

5. [출제의도] 무리방정식의 해 구하기

$$\sqrt{x^2 + x - 1} = t \text{ 라 하면}$$

$$2x^2 + 2x - 1 + \sqrt{x^2 + x - 1} = 2 \text{ 에서}$$

$$2t^2 + 1 + t = 2 \text{ 이므로 } (2t-1)(t+1) = 0$$

$$\text{그러므로 } t = \frac{1}{2} \text{ (} \because t \geq 0 \text{)}$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + x - 1} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } x^2 + x - \frac{5}{4} = 0$$

따라서 모든 실근의 곱은  $-\frac{5}{4}$

6. [출제의도] 여러 가지 수열의 일반항 구하기

$$a_{n+1} - a_n = n + 1 \text{ 이므로}$$

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (k+1)$$

$$= 1 + \frac{(n-1)(n+2)}{2}$$

$$\text{따라서 } a_{15} = 1 + \frac{14 \times 17}{2} = 120$$

7. [출제의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 2n + 2 \text{ (} n \geq 2 \text{)}$$

$$S_1 = 5 \text{ 이므로 } a_1 = 5$$

$$\text{따라서 } a_1 + a_6 = 5 + 2 \times 6 + 2 = 19$$

8. [출제의도] 도함수를 활용하여 추론하기

함수  $f(x)$ 의 정의역은  $x < 5$ 이다.

$$f'(x) = \frac{-2}{5-x} + \frac{x}{2} = 0 \text{ 에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 4,$$

$$f''(x) = \frac{-2}{(x-5)^2} + \frac{1}{2} = 0 \text{ 에서}$$

$x = 3$  ( $\because x < 5$ )이므로 함수  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ ,  $f(x)$ 를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	...	1	...	3	...	4	...	5
$f'(x)$	-	0	+	+	+	0	-	
$f''(x)$	+	+	+	0	-	-	-	
$f(x)$		$\searrow$ $f(1)$		$\nearrow$ $f(3)$		$\nearrow$ $f(4)$		$\searrow$

$$\left( \text{단, } f(1) = \frac{1}{4} + 4 \ln 2, f(3) = \frac{9}{4} + 2 \ln 2, \right.$$

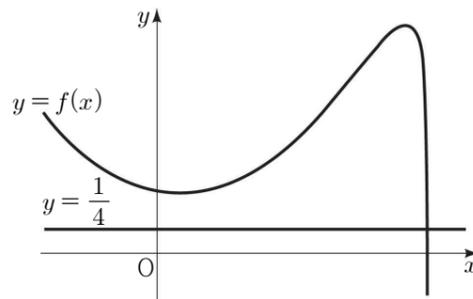
$$\left. f(4) = 4 \right)$$

ㄱ. (참)

ㄴ. 곡선  $y = f(x)$ 의 변곡점의 개수는 1이다. (거짓)

ㄷ. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = \frac{1}{4}$ 은 다음과

같으므로 방정식  $f(x) = \frac{1}{4}$ 의 실근의 개수는 1이다. (참)



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

9. [출제의도] 그래프와 행렬의 관계를 이해하기

주어진 그래프를 행렬로 나타내면

$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ A & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ B & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ C & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ D & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ E & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

이므로  $p = 1$ ,  $q = 0$ 이고 꼭짓점 C에서 다른 한 꼭짓점을 지나 다시 꼭짓점 C로 돌아오는 방법은 CAC, CBC, CDC, CEC이므로  $r = 4$ 이다.

따라서  $p + q + r = 5$

10. [출제의도] 연립일차방정식과 행렬의 관계를 이해하기

$$\text{연립일차방정식 } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 1-k & 1 \\ 1 & 3-k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots \dots \textcircled{1}$$

①이  $x = 0$ ,  $y = 0$  이외의 해를 가지므로

$$(1-k)(3-k) - 1 = 0$$

따라서 모든 상수  $k$ 의 값의 합은 4

11. [출제의도] 행렬의 뜻을 알고 추론하기

ㄱ.  $A = 2B + E$ 이므로

$$\begin{aligned} AB &= (2B + E)B = 2B^2 + B \\ &= B(2B + E) = BA \text{ (참)} \end{aligned}$$

ㄴ. (반례)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  (거짓)

ㄷ. (반례)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ

12. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$$\overline{P_0 P_1} = \overline{P_1 P_2} = \dots = \overline{P_{n-1} P_n} = 2 \sin \frac{\pi}{2n}$$

이므로 각 정삼각형의 넓이는  $\sqrt{3} \sin^2 \left( \frac{\pi}{2n} \right)$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot S(n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3} n^2 \times \sin^2 \left( \frac{\pi}{2n} \right) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \pi^2 \end{aligned}$$

13. [출제의도] 무한수열의 극한 이해하기

$$f(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{n^2+2n} = \frac{2n^2+3n+1}{6n+12}$$

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+3n+1}{6n^2+12n} = \frac{1}{3}$$

14. [출제의도] 정적분을 뜻을 알고 추론하기

$$\text{ㄱ. 구간 } (0, 1) \text{에서 } \frac{d\{f(x)\}^2}{dx} = 2f(x)f'(x)$$

$$\frac{d^2\{f(x)\}^2}{dx^2} = 2\{f'(x)\}^2 + 2f(x)f''(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{d^2\{f(x)\}^2}{dx^2} > 0$$

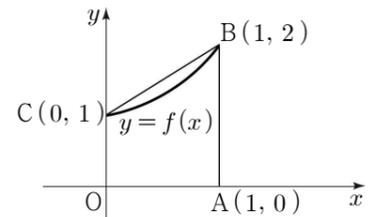
$\therefore$  함수  $y = \{f(x)\}^2$ 의 그래프는 구간  $(0, 1)$ 에서 아래로 볼록하다. (참)

ㄴ.  $1-x = t$ 라 하면

$$\int_0^1 f(1-x) dx = \int_0^1 f(t) dt \text{ 이므로}$$

$$\int_0^1 \{f(x) + f(1-x)\} dx = 2 \int_0^1 f(x) dx$$

조건에 의해 구간  $(0, 1)$ 에서 함수  $y = f(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같고



$\int_0^1 f(x) dx$ 의 값은 사다리꼴 COAB의 넓이보다 작다.

$$\therefore \int_0^1 \{f(x) + f(1-x)\} dx < 3 \text{ (참)}$$

ㄷ. ㄱ과 ㄴ에 의해

$$\frac{\left\{ f\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\}^2 + \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) \right\}^2}{2} \cdot \frac{1}{n} \geq \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} \{f(x)\}^2 dx$$

이므로

$$\sum_{k=1}^n \frac{\left\{ f\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\}^2 + \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) \right\}^2}{2} \cdot \frac{1}{n} \geq \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$$

(참) 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. [출제의도] 미분계수의 정의를 이용하여 문제해결하기

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 2x - 0}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x \cos x (1 + \cos x)}{\sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cos x (1 + \cos x) \frac{x}{\sin x} = 4$$

16. [출제의도] 지수방정식을 활용한 실생활문제 해결하기

점 A의  $x$ 좌표를  $k$ 라 하면 점 B의  $x$ 좌표는  $k+2$ , 점 C의  $x$ 좌표는  $k+4$ 이다.

$$a^k + 2 = \frac{12}{5} \text{ 에서 } a^k = \frac{2}{5} \dots \dots \textcircled{1}$$

$$a^{k+2} + 2 = \frac{9}{2} \text{에서 } a^{k+2} = \frac{5}{2} \dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{C} \text{에 의해 } a^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \text{이므로 } a = \frac{5}{2}$$

$$h = a^{k+4} + 2 = \left(\frac{5}{2}\right)^4 + 2 = \frac{141}{8}$$

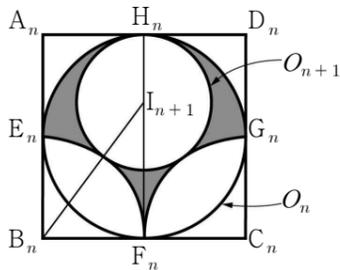
$$\text{따라서 } h = \frac{141}{8}$$

17. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 알고 추론하기

$$f(n) = \frac{n+1}{n}, g(n) = 5n \text{이므로}$$

$$f(5) \times g(10) = 60$$

18. [출제의도] 무한등비급수의 합 구하기



원  $O_{n+1}$ 의 중심을  $I_{n+1}$ 이라 하고 반지름의 길이를  $r_{n+1}$ 이라 하면 직각삼각형  $I_{n+1}B_nF_n$ 에서 피타고라스의 정리에 의해

$$(r_n + r_{n+1})^2 = (2r_n - r_{n+1})^2 + r_n^2$$

$$2r_n r_{n+1} = 4r_n^2 - 4r_n r_{n+1}$$

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{2}{3} \text{이므로 } \frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{2}{3} \text{이므로 } S_1 = 4 - \left(2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \pi\right) = 2 - \frac{4}{9}\pi$$

$\therefore \{S_n\}$ 은 첫째항이  $2 - \frac{4}{9}\pi$ , 공비가  $\frac{4}{9}$ 인 무한등비수열이다.

$$\text{따라서 } \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{2 - \frac{4}{9}\pi}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{18 - 4\pi}{5}$$

19. [출제의도] 도함수를 활용하여 추론하기

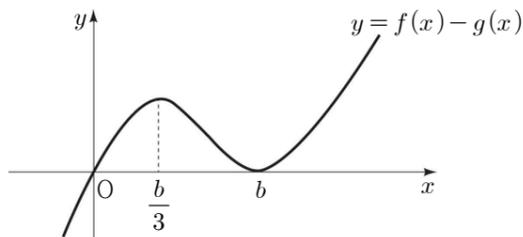
$$\neg. f(x) = px^3 + qx^2 + rx \ (p > 0) \text{라 하고}$$

$$g(x) = mx \ (m \neq 0) \text{라 하자.}$$

두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = f(x) - g(x)$ 의 변곡점의  $x$ 좌표는  $-\frac{q}{3p}$ 이므로 곡선  $y = f(x) - g(x)$ 의 변곡점의  $x$ 좌표는  $a$ 이다. (참)

ㄴ. 그림과 같이 함수  $y = f(x) - g(x)$ 의 그래프는 원점을 지나고  $x = b$ 에서  $x$ 축에 접하므로

$$f(x) - g(x) = px(x-b)^2 \text{이다.}$$



$$\{f(x) - g(x)\}' = p(x-b)(3x-b) \text{이므로}$$

함수  $f(x) - g(x)$ 는  $x = \frac{b}{3}$ 에서 극댓값을 갖는다. (참)

$$\text{ㄷ. } h(x) = f(x) - g(x) = px(x-b)^2$$

이라 하면  $\neg$ 에서  $h''(a) = 0$ 이다.

$$\therefore a = \frac{2b}{3} \text{이므로 } \frac{b-a}{a} = \frac{1}{2} \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은  $\neg, \text{ㄴ}, \text{ㄷ}$

20. [출제의도] 매개변수로 나타내어진 함수를 미분하기

$$\frac{dx}{d\theta} = \sec^2 \theta, \frac{dy}{d\theta} = -2\cos\theta \sin\theta \text{이고}$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=1} = \frac{-2\cos\frac{\pi}{4} \sin\frac{\pi}{4}}{\sec^2\frac{\pi}{4}} = -\frac{1}{2}$$

21. [출제의도] 함수의 연속의 뜻을 알고 추론하기

$$\neg. \lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = f(1)g(1) = 0 \text{이므로}$$

$x = 1$ 에서 연속이다. (참)

$$\text{ㄴ. } \lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = 0 \text{이고 } f(g(0)) = -1 \text{이므로}$$

$x = 0$ 에서 연속이 아니다. (거짓)

$$\text{ㄷ. } \lim_{x \rightarrow -1} g(f(x)) = g(f(-1)) = 1 \text{이므로}$$

$x = -1$ 에서 연속이다. (참)

따라서 옳은 것은  $\neg, \text{ㄷ}$

22. [출제의도] 삼각방정식의 해 구하기

$$\cos x = t \ (-1 \leq t \leq 1) \text{라 하면}$$

$$\cos 2x - 2\cos x = 2t^2 - 2t - 1$$

$$2t^2 - 2t - 1 = k \text{가 실근을 갖도록 하는 } k \text{의 값의}$$

$$\text{범위는 } -\frac{3}{2} \leq k \leq 3 \text{이다.}$$

따라서  $k$ 의 최댓값은 3

23. [출제의도] 접선의 방정식 구하기

곡선  $y = 2x^2 + 1$  위의 점  $(-1, 3)$ 에서의

$$\text{접선의 방정식은 } y = -4x - 1 \dots\dots \textcircled{A}$$

직선  $\textcircled{A}$ 이 곡선  $y = 2x^3 - ax + 3$ 에 접하므로

접점의  $x$ 좌표를  $t$ 라 하면

점  $(t, 2t^3 - at + 3)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y = (6t^2 - a)(x - t) + 2t^3 - at + 3$$

$$= (6t^2 - a)x - 4t^3 + 3 \dots\dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 이  $\textcircled{A}$ 과 같으므로  $t = 1$

따라서  $a = 10$

24. [출제의도] 연속함수의 뜻 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 2} (a\sqrt{x+2} + b) = 0 \text{이므로 } 2a + b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a\sqrt{x+2} - 2a}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a}{\sqrt{x+2} + 2} = 2$$

따라서  $a = 8, b = -16$ 이므로  $2a - b = 32$

25. [출제의도] 삼각함수의 배각공식을 이해하여 문제 해결하기

$$\angle CAD = \angle BAD = \theta \ (0 < \theta < \frac{\pi}{4}) \text{라 하면}$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = \frac{5}{8} \text{이므로 } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \sin \theta = p\sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{p^2} = 16$$

26. [출제의도] 여러 가지 함수의 정적분 구하기

$$\int_0^1 (1 + 2e^{-x}) dx - \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$= [x - 2e^{-x}]_0^1 - \left\{ \left[ -\frac{\ln x}{x} \right]_1^e - \int_1^e \left( -\frac{1}{x^2} \right) dx \right\}$$

$$= 2$$

27. [출제의도] 여러 가지 수열에 관한 문제해결하기

$a_n$ 부터  $a_{n+5}$ 까지의 항의 값을 3으로 나눈 나머지를 나열하면 1, 1, 2, 2, 0, 0이므로  $S_n$ 부터  $S_{n+5}$ 까지의 항의 값을 3으로 나눈 나머지를 나열하면 1, 2, 1, 0, 0, 0이다. (단,  $n = 6k - 5, k$ 는 자연수) 따라서  $40 \times 3 = 120$

28. [출제의도] 도함수를 활용하여 실생활문제 해결하기

잘라낸 정사각형의 한 변의 길이를  $x$ 라 하고 상자의 부피를  $V(x)$ 라 하면

$$V(x) = x(6-2x)(12-2x) \text{ (단, } 0 < x < 3)$$

$$V'(x) = 12(x^2 - 6x + 6) = 0 \text{이므로}$$

$x = 3 - \sqrt{3}$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$\text{따라서 } M = 24\sqrt{3} \text{이므로 } \frac{\sqrt{3}}{3}M = 24$$

29. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질을 이용하여 문제해결하기

i)  $1 \leq n \leq 9$ 일 때,  $[f(2)] \leq 3, [f(3)] > 3$ 이므로  $n \geq 3$ 이면  $[f(n)] > 3$

$\therefore [f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는  $n$ 은 1, 2이므로

$n$ 의 개수는 2이다.

ii)  $10 \leq n \leq 99$ 일 때,

$$[f(25)] \leq 3, [f(26)] > 3 \text{이므로}$$

$n \geq 26$ 이면  $[f(n)] > 3$

$\therefore [f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는

$n$ 은 10, 11, 12, ..., 25이므로  $n$ 의 개수는 16이다.

iii)  $100 \leq n \leq 999$ 일 때,

$$[f(251)] = 3, [f(252)] = 4 \text{이므로}$$

$n \geq 252$ 이면  $[f(n)] > 3$

$\therefore [f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는

$n$ 은 100, 101, 102, ..., 251이므로

$n$ 의 개수는 152이다.

따라서 i), ii), iii)에 의하여  $[f(n)] \leq 3$ 을

만족시키는 자연수  $n$ 의 개수는 170이다.

30. [출제의도] 정적분을 활용하여 문제해결하기

i)  $x < 1$ 일 때,  $\int_0^x (-t+1) dt = x$ 이므로

$$-\frac{x^2}{2} + x = x \ \therefore x = 0$$

ii)  $x \geq 1$ 일 때,

$$\int_0^1 (-t+1) dt + \int_1^x (t-1) dt = x$$

$$\frac{1}{2} + \left( \frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{2} \right) = x$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{2} \ (\because x \geq 1)$$

i), ii)에 의해 양수인 실근은  $x = 2 + \sqrt{2}$ 이므로

$m = 2, n = 1$ 이다.

따라서  $m^3 + n^3 = 9$

### [나 형]

1	③	2	②	3	⑤	4	④	5	②
6	⑤	7	③	8	⑤	9	④	10	④
11	①	12	③	13	②	14	①	15	①
16	④	17	①	18	②	19	④	20	③
21	③	22	2	23	6	24	32	25	7
26	15	27	120	28	23	29	170	30	40

1~2. '가'형과 같음

3. [출제의도] 역행렬의 뜻 이해하기

$$AB = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-4 & a \\ -5 & -1+3a \end{pmatrix}$$

행렬 AB의 역행렬이 존재하지 않으므로

$$(a-4)(-1+3a) + 5a = 0$$

$$3a^2 - 8a + 4 = 0$$

따라서 모든 상수 a의 값의 합은  $\frac{8}{3}$

4. [출제의도] 등비수열의 뜻 이해하기

$$a+b=4, a+b+c=13 \text{에서}$$

$$a(1+r)=4, a(1+r+r^2)=13 \text{이므로}$$

$$\frac{r^2+r+1}{r+1} = \frac{13}{4}, 4r^2-9r-9=0$$

$$\therefore r=3 \text{ 또는 } r=-\frac{3}{4}$$

따라서 모든 항이 양수이므로  $r=3$

5. [출제의도] 행렬의 곱셈 이해하기

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, A^3 = -E \text{ (단, } E \text{는 단위행렬)}$$

$$\text{이므로 } A+A^2+A^3+A^4+A^5+A^6=O$$

$$\therefore A+A^2+A^3+\dots+A^{2010}+A^{2011}=A$$

따라서 모든 성분의 합은 7

6~7. '가'형과 같음

8. [출제의도] 지수부등식 해결하기

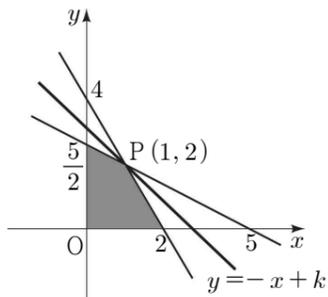
$$x \geq 0, y \geq 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$2^y \leq 4^{2-x} \text{에서 } y \leq -2x+4 \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2y} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5-x} \text{에서}$$

$$2y \leq -x+5 \dots\dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 만족시키는 점 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



이때,  $x+y=k$ 라 하면

두 직선  $y=-2x+4, y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ 의

교점 P(1, 2)에서  $x+y$ 의 값이 최대이다.

따라서  $x+y$ 의 최댓값은 3

9~11. '가'형과 같음

12. [출제의도] 로그의 성질을 알고 실생활 문제해결하기

$$S_1 = 20 \log \frac{aV_0}{V_0} = 6.02,$$

$$S_2 = 20 \log \frac{bV_0}{V_0} = 36.02 \text{ 이므로}$$

$$S_2 - S_1 = 20 \log \frac{b}{a} = 30 \therefore \log \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a} = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10}$$

13. '가'형과 같음

14. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

원점 O에서 직선  $y=x+\frac{1}{n}$ 에 내린 수선의 발을

$H_n$ 이라 하면

$$(\text{삼각형 } OP_nQ_n \text{의 높이}) = \overline{OH_n} = \frac{\sqrt{2}}{2n},$$

(삼각형  $OP_nQ_n$ 의 밑변의 길이)

$$= 2 \times \overline{PH_n} = 2\sqrt{1-\overline{OH_n}^2} = \frac{\sqrt{4n^2-2}}{n}$$

$$\therefore A_n = \frac{\sqrt{2n^2-1}}{2n^2}$$

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot A_n = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

15. [출제의도] 지수방정식의 해 구하기

$2^x = t (t > 0)$ 라 하면

$$2^x - 6 + 2^{3-x} = t - 6 + \frac{8}{t} = 0 \text{에서}$$

$$t=2 \text{ 또는 } t=4 \text{이므로 } \alpha=1, \beta=2 (\because \alpha < \beta)$$

따라서  $\alpha+2\beta=5$

16~18. '가'형과 같음

19. [출제의도] 함수의 극한값 구하기

$$\overline{OP} = \sqrt{t^2+2t} \text{이므로 } S(t) = (t^2+2t)\pi$$

원 C 위의 점 P에서의 접선의 방정식이

$$tx + \sqrt{2t}y = t^2+2t \text{이므로 } Q(t+2, 0)$$

$$\overline{OQ} = t+2, \overline{PQ} = \sqrt{2t+4} \text{이므로}$$

$$\lim_{t \rightarrow +0} \frac{S(t)}{\overline{OQ} \cdot \overline{PQ}} = \lim_{t \rightarrow +0} \frac{(t^2+2t)\pi}{(t+2) \cdot \sqrt{2t+4}} = 4\pi$$

$$\text{따라서 } \lim_{t \rightarrow +0} \frac{S(t)}{\overline{OQ} \cdot \overline{PQ}} = 4\pi$$

20. [출제의도] 무한급수의 뜻을 알고 추론하기

$$\neg. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - 1) = \infty$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{은 발산 (참)}$$

$$\neg. \text{ (반례) } a_n = \frac{1}{3^n}, b_n = 2 \text{ (거짓)}$$

$$\neg. a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{n+1} a_n \text{이므로}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} a_1, a_3 = \frac{1}{3} a_2, \dots, a_n = \frac{1}{n} a_{n-1}$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n} a_1 = \frac{1}{n!} \text{이므로}$$

$$\frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+2}}{a_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{2} \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은  $\neg, \neg$

21. '가'형과 같음

22. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{n^2+3n+2}-n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(\sqrt{n^2+3n+2}+n)}{(\sqrt{n^2+3n+2}-n)(\sqrt{n^2+3n+2}+n)}$$

$$= 2$$

23. [출제의도] 로그함수의 그래프의 성질을 이해하기

$$\overline{BC} = \log_a 4 - \log_b 4 = 2 \dots\dots \textcircled{1}$$

점 A, B의 y좌표가 같으므로

$$\log_a 2 = \log_b 4 \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에 의하여

$$\log_a 4 - \log_a 2 = \log_a 2 = 2 \text{에서 } a = \sqrt{2}, b = 2$$

따라서  $a^2 + b^2 = 6$

24. '가'형과 같음

25. [출제의도] 함수의 극한에 관한 성질을 알고 추론하기

조건 (가)에 의해  $f(x) - 3x^3 = 2x^2 + ax + b$ 라 하면

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + 2x^2 + ax + b}{x} = 2 \text{이므로}$$

$$a=2, b=0$$

따라서  $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 2x$ 이므로  $f(1) = 7$

26. [출제의도] 역행렬의 뜻 이해하기

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{라 할 때,}$$

행렬 A는 역행렬을 갖지 않으므로  $ad=bc$

i)  $a=b=c=d$ 인 경우 3가지

ii)  $ad=bc=2$ 인 경우 4가지

iii)  $ad=bc=3$ 인 경우 4가지

iv)  $ad=bc=6$ 인 경우 4가지

따라서 행렬 A의 개수는 15

27. '가'형과 같음

28. [출제의도] 로그방정식의 해 구하기

$$\log_3 x \cdot \log_2 y = \frac{\log_2 x}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_3 y}{\log_3 2} = 6$$

$\log_2 x = X, \log_3 y = Y$ 라 하면

$$\begin{cases} X+Y=5 \\ XY=6 \end{cases} \text{이므로}$$

$$\begin{cases} X=2 \\ Y=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} X=3 \\ Y=2 \end{cases}$$

$$\text{즉, } \begin{cases} x=4 \\ y=27 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=8 \\ y=9 \end{cases}$$

따라서  $\beta - \alpha$ 의 최댓값은 23

29. '가'형과 같음

30. [출제의도] 등비수열의 합 구하기

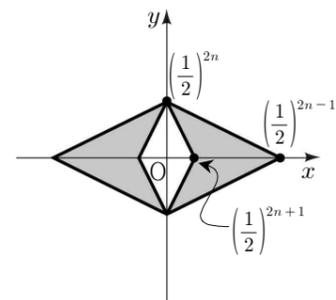
점 (x, y)가 나타내는 영역은 두 대각선의 길이가

각각  $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1}, 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$ 인 마름모의 내부와

두 대각선의 길이가 각각  $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}, 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$ 인

마름모의 외부의 공통 부분(어두운 부분)이므로

$$a_n = 3 \times \left(\frac{1}{16}\right)^n$$



$$S_{10} = 3 \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{16}\right)^k = \frac{1}{5} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{40} \right\}$$

따라서  $\log_{\frac{1}{2}}(1 - 5S_{10}) = 40$