

수리 영역 (가 형)

제 2 교시

성명

수험번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’ 형 / ‘나’ 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’ 이 포함되면 그 ‘0’ 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 16^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$
- ② 2
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4
- ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2A + X = B$ 를 만족시키는 행렬 X 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

3. $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [2점]

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{7}$
- ④ $\frac{1}{8}$
- ⑤ $\frac{1}{9}$

4. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2x}{x^2} = 2$, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 3$ 을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -4
- ② -2
- ③ 0
- ④ 2
- ⑤ 4

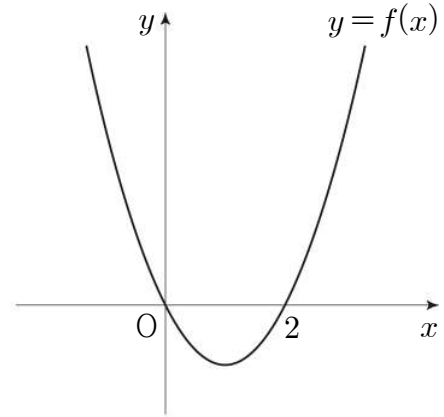
5. 곡선 $e^{3x} \ln y = 2$ 위의 점 $(0, e^2)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $-6e^2$ ② $-5e^2$ ③ $-4e^2$
 ④ $-3e^2$ ⑤ $-2e^2$

6. 일차변환 f 와 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 $f(A) + f(B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. 일차변환 f 의 역변환 f^{-1} 가
 존재할 때, $f^{-1}(B)$ 는? [3점]

- ① $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

7. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(0) = f(2) = 0$ 일 때, 부등식 $\frac{f(x-2)}{f(x-4)} \leq 1$ 을 만족시키는 모든
 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

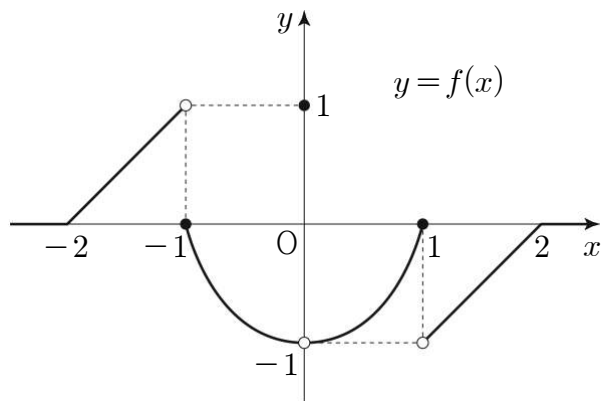
- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

8. 모든 자연수 n 에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을
 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- (가) $3n^2 + 1 < (2 + 4 + 6 + \cdots + 2n)a_n$
 (나) $b_n < 6 - 2a_n$
 (다) 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴한다.

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

9. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

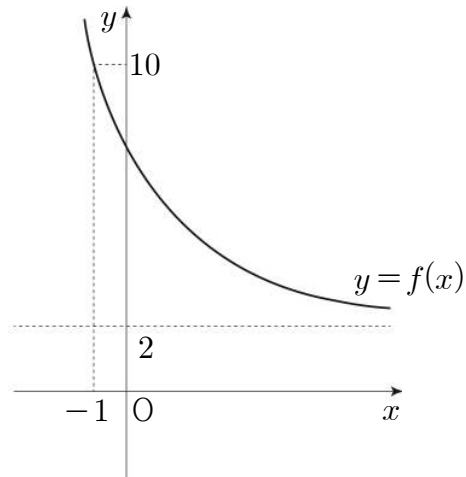
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1+0} \{f(x) - f(-x)\} = 0$
 ㄷ. 함수 $|f(x)| \cdot \sin \pi x$ 는 열린 구간 $(-2, 2)$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 세 집합 $A = \{x | x^3 - 6x^2 + 11x - 6 > 0\}$,
 $B = \{x | x > \alpha\}$, $C = \{x | x > \beta\}$ 에 대하여 $B \subset A \subset C$ 일 때,
 $\alpha - \beta$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

11. 점근선의 방정식이 $y=2$ 인 지수함수 $y=2^{2x+a}+b$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 점 $(-1, 10)$ 을 지날 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

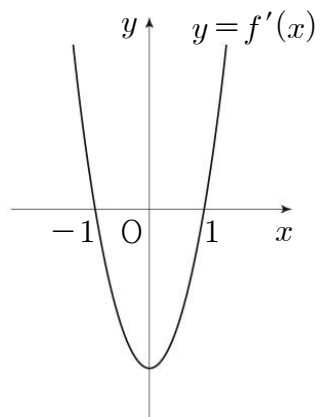
12. 해발고도 $H(\text{m})$ 인 곳에서의 기압을 $p(\text{hPa})$, 평균해수면으로부터 해발고도 $H(\text{m})$ 까지의 기층의 평균기온을 $t(^{\circ}\text{C})$ 라 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$H = 18400(1 + 0.04t) \log \frac{p_0}{p} \quad (\text{단, } p_0 \text{은 평균해수면의 기압이다.})$$

어느 지역에서 평균해수면의 기압이 1000hPa이고, 평균해수면으로부터 해발고도 1840m까지의 기층의 평균기온이 10°C 일 때, 해발고도 1840m인 곳에서의 기압(hPa)은? [3점]

- ① $10^{\frac{29}{14}}$ ② $10^{\frac{16}{7}}$ ③ $10^{\frac{5}{2}}$
 ④ $10^{\frac{19}{7}}$ ⑤ $10^{\frac{41}{14}}$

13. 삼차함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f'(-1)=f'(1)=0$ 이고 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 4, 극솟값이 0일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

14. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

- ㄱ. 행렬 A 의 역행렬이 존재하면 $(ABA^{-1})^2 = AB^2A^{-1}$ 이다.
ㄴ. 행렬 A 의 역행렬이 존재하면 행렬 A^2 의 역행렬도 존재한다.
ㄷ. 행렬 AB 의 역행렬이 존재하지 않으면 행렬 A 의 역행렬도 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$\sum_{k=1}^n \frac{6S_k}{a_k+3} = S_n \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식에 $n=1$ 을 대입하면

$S_1 > 0$ 이므로 $a_1 = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{6S_k}{a_k+3} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{6S_k}{a_k+3} = \frac{6S_n}{a_n+3} \quad (n \geq 2) \text{이고}$$

$$a_1 = \frac{6S_1}{a_1+3} \text{이므로}$$

$$\boxed{\text{(나)}} \cdot S_n = a_n^2 + \boxed{\text{(가)}} \cdot a_n \quad (n \geq 1) \text{이다.}$$

한편, $6(S_{n+1} - S_n) = a_{n+1}^2 + 3a_{n+1} - (a_n^2 + 3a_n)$ 이므로

$$6a_{n+1} = a_{n+1}^2 - a_n^2 + 3a_{n+1} - 3a_n$$

$\vdots$

따라서 $a_n = \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (다)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+q+f(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 36 ② 39 ③ 42
④ 45 ⑤ 48

16. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (\sin x + 1) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

17. 그림은 어느 여행 상품의 여행 코스와 코스별 거리, 소요시간이 나타난 안내문의 일부이다.



갑이 승마 코스에서 이동한 평균속력은 뗏목 래프팅 코스에서 이동한 평균속력보다 10km/h 더 빨랐고, 코끼리 트래킹 코스에서 이동한 평균속력은 8km/h이었다. 또한 갑이 승마 코스와 코끼리 트래킹 코스에서 이동하는 데 걸린 소요시간의 합은 뗏목 래프팅 코스에서 이동하는 데 걸린 소요시간과 같았다.

이때, 갑이 승마, 뗏목 래프팅, 코끼리 트래킹 코스에서 이동하는 데 걸린 소요시간의 총합은? (단, 코스를 변경하는 데 걸린 시간은 무시한다.) [4점]

- ① 4시간 ② 4시간 15분 ③ 4시간 30분
 ④ 4시간 45분 ⑤ 5시간

18. 음이 아닌 모든 정수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 (x_n, y_n) 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x_0 = 1, y_0 = 0$

$$(나) \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \\ \sin \frac{\pi}{8} & \cos \frac{\pi}{8} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

$x_{98} + y_{102} = k \left(\frac{1}{2} \right)^{103}$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $15\sqrt{2}$ ② $17\sqrt{2}$ ③ $19\sqrt{2}$
 ④ $21\sqrt{2}$ ⑤ $23\sqrt{2}$

19. 함수 $f(x) = e^x - 1$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\int_0^1 f(x)dx = e - 2$

ㄴ. $x > 0$ 에서 $f(x) > x$ 이다.

ㄷ. $\frac{5(e^5 - 1)}{2} < \int_0^{e^5 - 1} f^{-1}(x)dx < \frac{(e^5 - 1)^2}{2}$

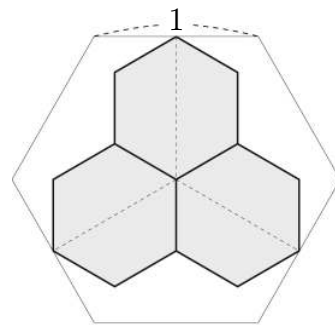
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 한 변의 길이가 1인 정육각형에서 서로 이웃하지 않는 세 변의 중점과 이 정육각형에 외접하는 원의 중심을 각각 연결하여 세 선분을 얻는다. 이 세 선분을 각각 가장 긴 대각선으로 하는 3개의 정육각형을 그려서 얻은  모양의 그림을 H_1 이라 하고, 그림 H_1 의 넓이를 S_1 이라 하자.

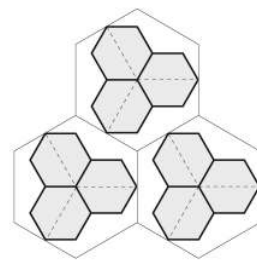
그림 H_1 에서 새로 그려진 세 정육각형 내부에 각각 그림 H_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 그려서 얻은 3개의  모양의 그림을 H_2 라 하고, 그림 H_2 의 넓이를 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 그려서 얻은 3^{n-1} 개의  모양의 그림을 H_n 이라 하고, 그림 H_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



H_1



H_2

...

- ① $\frac{27}{11}\sqrt{3}$ ② $\frac{9}{4}\sqrt{3}$ ③ $\frac{27}{13}\sqrt{3}$
④ $\frac{27}{14}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{9}{5}\sqrt{3}$

21. 함수 $f(x)=\ln(2x^2+1)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(-x)=-f'(x)$ 이다.

ㄴ. $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 최댓값은 $\sqrt{2}$ 이다.

ㄷ. 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$|f(x_1)-f(x_2)| \leq \sqrt{2}|x_1-x_2|$ 이다.

- ① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식 $x^2+5x-6+\sqrt{x^2+5x}=0$ 의 모든 실근의 곱을 p 라 할 때, p^2 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

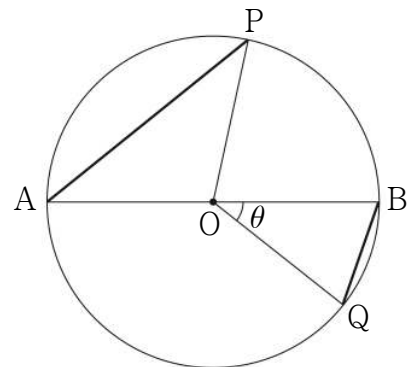
을 만족시킬 때, $100a_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면에서 두 점 $(1, 1)$, $(1, 2)$ 를 각각 두 점 $(-1, 2)$, $(3, -4)$ 로 옮기는 일차변환에 의하여 점 $(-3, -1)$ 이 옮겨지는 점을 (a, b) 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는

원 위의 두 점 P, Q가 $\angle POB = 2\angle BOQ$, $3\overline{AP} = 7\overline{BQ}$ 를 만족시킨다. $\angle BOQ = \theta$ 라 할 때, $90\cos\theta$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



27. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = \frac{n^2+3n}{2}$ 일 때, $\sum_{n=1}^7 2^{a_n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 함수 $f(x)=x^3+3x^2+4x+5$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ g\left(1+\frac{1}{n}\right) - g\left(1-\frac{2}{n}\right) \right\}$$

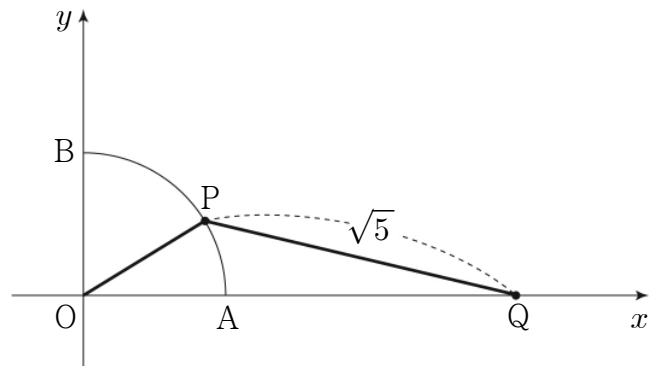
의 값을 p 라 할 때, $4p$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 x 의 값은 $10^{\frac{n}{m}}$ 이다.

- (가) $f(x) = g(x^2) + g(x^3)$
 (나) $g(x^2) > g(x^3) > g(x^4)$

이때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.)
 [4점]

30. 좌표평면 위에 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴 OAB가 있다. 점 P가 점 A(1, 0)에서 출발하여 호 AB 위를 시계 반대 방향으로 매초 1의 일정한 속력으로 움직일 때, x 축 위의 점 Q는 $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 를 만족시키면서 x 축 위를 움직인다.



$\angle POA = \frac{\pi}{4}$ 가 되는 순간, 점 Q의 x 좌표의 시간(초)에 대한 변화율을 r 라 할 때, $9r^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.