제 2 교시

수리 영역(나 형)

5지선다형

1. $\log_{\sqrt{3}} 2+\log_3 \frac{\sqrt{3}}{4}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 두 이차정사각행렬 A, B에 대하여

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 3\end{pmatrix},\ A-B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$$

이 성립할 때, 행렬 A의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n\to\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n^2+1}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\int_0^2 (x^2+1)dx-\int_0^2 x^2 dx$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

수리 영역(나 형)

5. 로그부등식 $\log_2(x-1) \le 3$을 만족시키는 모든 자연수 x의 개수는? [3점]

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

6. 다항식 $(x^2+1)^5$의 전개식에서 x^2의 계수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(B|A)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=\frac{1}{2}x$ $(0 \le x \le 2)$ 일 때, $P(0 \le X \le 1)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

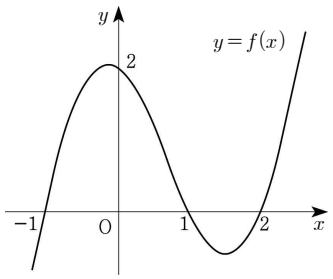
9. 이차방정식 $x^2-4x+2=0$의 두 근을 $\log a$, $\log b$라 할 때, $\log_a b+\log_b a$의 값은? [3점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

10. 그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$가

$$f(-1)=f(1)=f(2)=0,\ f(0)=2$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f'(x)dx$의 값은? [3점]



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 미분가능한 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x+1 & (x<0) \\ a(x-1)^2+b & (x\geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 $f(1)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

12. 어느 도시의 인구가 P_0명에서 P명이 될 때까지 걸리는 시간 T(년)은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$T=C\log\frac{P(K-P_0)}{P_0(K-P)}$$

(단, C는 상수, K는 최대 인구 수용 능력이다.)

이 도시의 최대 인구 수용 능력이 30만 명이고, 인구가 6만 명에서 10만 명이 될 때까지 10년이 걸렸다고 한다. 인구가 처음으로 15만 명 이상이 되는 것은 인구가 6만 명일 때부터 몇 년 후인가? [3점]

① 18년 후 ② 20년 후 ③ 22년 후
④ 24년 후 ⑤ 26년 후

13. A 역에서 출발하여 다른 역을 거치지 않고 B 역만을 거쳐 C 역으로 가는 기차가 있다. A 역에서 비어 있는 기차에 남자 90명, 여자 60명의 승객이 승차하였다. B 역에서는 남자 18명, 여자 12명의 승객이 하차하고 남자 60명, 여자 60명의 승객이 승차하여 C 역으로 이동하였다. B 역에서 C 역으로 가는 도중에 임의로 선택된 한 승객이 여자였을 때, 이 승객이 A 역에서 승차한 승객일 확률은? (단, 하차한 승객이 하차한 역에서 다시 승차하는 경우는 없다.) [4점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

14. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = 2a_n + n + 1$$

을 만족시킬 때, 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.

$n \geq 1$일 때,

$$a_{n+1} = 2a_n + n + 1 \quad \cdots\cdots \text{㉠}$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} + \boxed{\text{(가)}} \quad \cdots\cdots \text{㉡}$$

이고, ㉡에서 ㉠을 뺀 식으로부터

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) + 1$$

을 얻는다. $b_n = a_{n+1} - a_n$이라 하면

$$b_{n+1} = 2b_n + 1$$

이므로

$$b_n = 2^{n+1} - 1$$

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left(2^{k+1} - 1\right) \quad (n \geq 2)$$

$$= 2^{n+1} + \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5) - g(5)$의 값은? [4점]

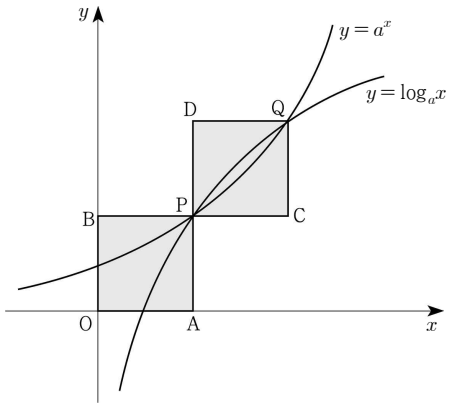
① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

15. 곡선 $f(x)=\frac{2}{3}x^3+ax$ 위의 두 점 $(0, f(0))$, $(1, f(1))$에서의 접선이 서로 수직일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 그림과 같이 지수함수 $y=a^x$과 로그함수 $y=\log_a x$가 두 점 P, Q에서 만날 때, 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자.

점 Q를 지나고 x축과 평행한 직선이 직선 AP와 만나는 점을 D, 점 Q를 지나고 y축과 평행한 직선이 직선 BP와 만나는 점을 C라 할 때, 두 사각형 OAPB와 PCQD는 합동이다. a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ 2

17. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2B+AB^2=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

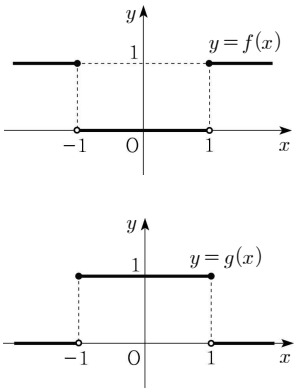
ㄱ. $(A+B)^{-1}$이 존재한다.

ㄴ. $A+B=E$이면 $A^3=E$이다.

ㄷ. $A^2B=BA^2$이면 $AB=BA$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

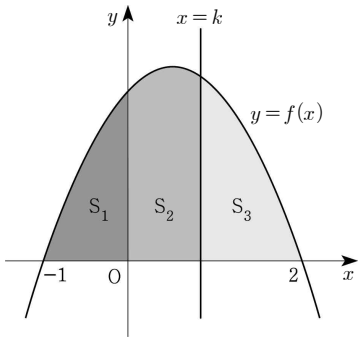
ㄱ. $\lim_{x\to -1-0} f(x)=f(-1)$

ㄴ. $\lim_{x\to 1+0} f(x)g(x)=\lim_{x\to 1-0} f(x)g(x)$

ㄷ. $\lim_{x\to 1} f(x)g(x)=f(1)g(1)$

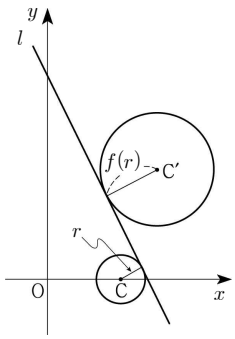
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

19. 함수 $f(x)=-x^2+x+2$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분을 y축과 직선 $x=k$ $(0<k<2)$로 나눈 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하자. S_1, S_2, S_3이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, S_2의 값은? [4점]



① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

20. 그림과 같이 중심이 C(2, 0)이고 반지름의 길이가 r $(r<\sqrt{5})$인 원 C가 있다. 기울기가 -2이고 원 C에 접하는 직선을 l이라 하자. 직선 l에 접하고 중심이 C′(3, 3)인 원 C′의 반지름을 $f(r)$라 할 때, $\lim_{r\to+0} f(r)$의 값은? [4점]

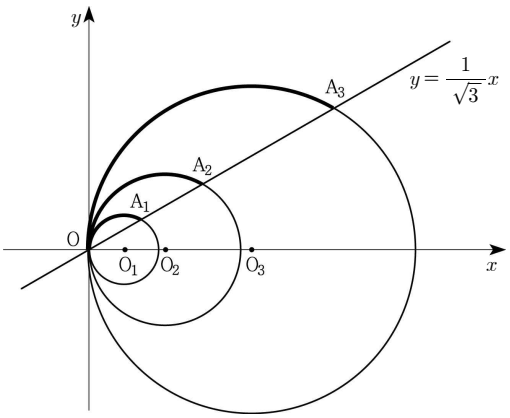


① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

21. 그림과 같이 중심이 $(1, 0)$이고 반지름의 길이가 1인 원 O_1이 있다. 원 O_1이 직선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A_1이라 하고 직선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$의 윗 쪽에 있는 호 OA_1의 길이를 l_1이라 하자.

중심이 $(l_1, 0)$이고 반지름의 길이가 l_1인 원 O_2를 그린다. 원 O_2가 직선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A_2라 하고 직선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$의 윗 쪽에 있는 호 OA_2의 길이를 l_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 호의 길이를 l_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{l_n}$의 값은? [4점]

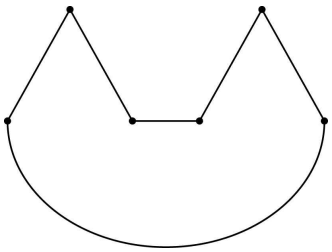


① $\frac{1}{\pi-3}$ ② $\frac{2}{\pi-3}$ ③ $\frac{1}{2\pi-3}$
④ $\frac{2}{2\pi-3}$ ⑤ $\frac{3}{2\pi-3}$

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=1$이고 공차가 3인 등차수열일 때, $a_1+a_3+a_5$의 값을 구하시오. [3점]

23. 다음 그래프에서 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]



24. 확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같을 때, 확률변수 $10X$의 평균 $\mathrm{E}(10X)$의 값을 구하시오. [3점]

X	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	1

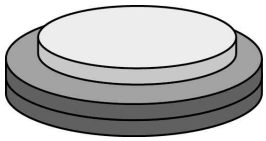
25. $\sum_{n=2}^{6}[\log_n 64]$의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

26. $\lim_{x\to 2}\frac{1}{x^2-4}\int_2^x (t^2+3t-2)dt$의 값을 구하시오. [3점]

27. 반지름의 길이가 서로 다른 여섯 종류의 원판이 각각 3개씩 18개가 있다. 원판을 다음과 같은 규칙으로 쌓으려고 한다.

> (가) 원판 3개를 택하여 원판의 중심이 일치하도록 쌓는다.
> (나) 반지름의 길이가 작은 원판은 반지름의 길이가 큰 원판 위에 쌓는다.
> (다) 반지름의 길이가 같은 원판은 구별하지 않으면서 쌓는다.

그림은 반지름의 길이가 같은 두 개의 원판과 반지름의 길이가 작은 한 개의 원판을 규칙에 따라 쌓은 예이다.



이와 같이 쌓는 방법의 수를 구하시오. [4점]

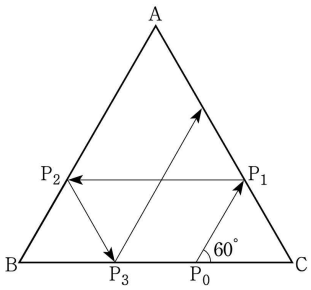
28. 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위에 양 끝점이 아닌 한 점 P_0을 잡는다. 그림과 같이 P_0을 지나고 변 AB와 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 P_1, 점 P_1을 지나고 변 BC와 평행한 직선을 그어 변 AB와 만나는 점을 P_2, 점 P_2를 지나고 변 AC와 평행한 직선을 그어 변 BC와 만나는 점을 P_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 점을 P_n이라 하고, 점 P_0을 출발하여 점 P_n까지 이동한 거리 l_n을

$$l_n = \overline{P_0P_1} + \overline{P_1P_2} + \overline{P_2P_3} + \cdots + \overline{P_{n-1}P_n} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이라 하자.

$\lim_{n\to\infty} \frac{l_{2n}}{2n+1} = \frac{b}{a}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.) [4점]



수리 영역(나 형)

29. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)=f'(-x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값 0을 갖는다.

30. 동전의 앞면과 뒷면은 다음과 같다.

앞 뒤

동전 $4n$개 (n은 자연수)가 앞면이 보이도록 일렬로 나열되어 있다. 이웃한 동전 한 쌍을 뒤집는 시행을 반복하여 <그림>과 같이 앞면과 뒷면이 앞면부터 교대로 나열되도록 만들려고 한다.

<그림>

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \left(\begin{array}{l} \text{앞면이 보이도록 나열된 } 4n \text{개의 동전을 <그림>} \\ \text{처럼 만드는데 필요한 최소의 시행 횟수} \end{array} \right)$$

이다. 예를 들어, 앞면이 보이도록 나열된 4개의 동전을

와 같이 두 번의 시행으로 <그림>처럼 만들 수 있으므로 $a_1=2$이다.

$\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.