

제 2 교시

수리 영역[가형]

1

5지선다형

1. $\log_{\sqrt{3}} 2 + \log_3 \frac{\sqrt{3}}{4}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A+B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A-B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

이 성립할 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

4. 함수 $f(x) = x^2 + x \ln x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{h}$$

- 의 값은? [3점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

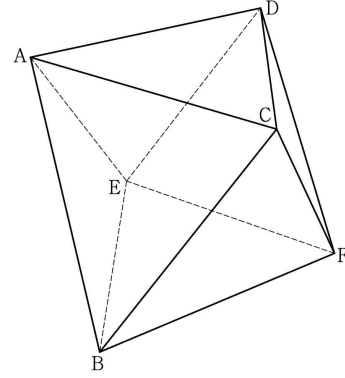
5. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 (2, 3)에서의 접선이 y 축과 만나는 점의 y 좌표는? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

6. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin x + \sin 2x = 0$ 을 만족시키는 모든 근의 합은? [3점]

- ① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

7. 정팔면체 ABCDEF에서 두 모서리 AC와 DE가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) [3점]

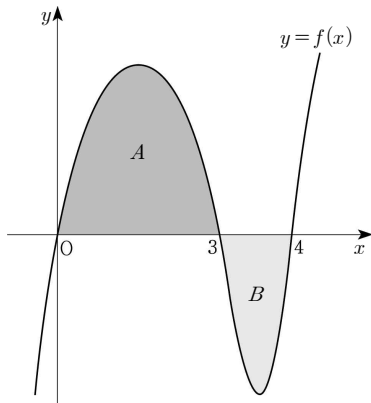


- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 어느 고등학교의 전체 학생은 남학생 230명, 여학생 170명이다. 이 학교의 모든 학생은 체험 활동으로 전통문화 체험과 수학 체험 중 반드시 하나만을 희망한다고 한다. 남학생 중 수학 체험을 희망한 학생은 100명이고, 여학생 중 전통문화 체험을 희망한 학생은 90명이다. 이 학교 학생 400명 중에서 임의로 선택한 한 학생이 수학 체험을 희망하였을 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

9. 연속함수 $f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 세 점의 x 좌표는 0, 3, 4이다. 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분 A , B 의 넓이가 각각 6, 2일 때, $\int_0^2 f(2x)dx$ 의 값은? [3점]

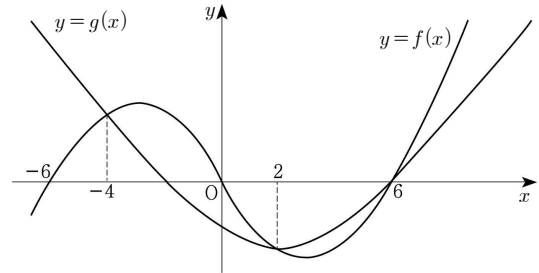


- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 세 점에서 만나고 그 교점의 x 좌표는 -4, 2, 6이다.

부등식 $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 1$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는?

(단, $f(-6)=f(0)=f(6)=0$) [3점]



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11. 어느 과수원에서 수확한 사과 무게는 평균 $400g$, 표준편차 $50g$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 사과 중 무게가 $442g$ 이상인 것을 1등급 상품으로 정한다. 이 과수원에서 수확한 사과 중 100개를 임의로 선택할 때, 1등급 상품이 24개 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.64	0.24
0.84	0.30
1.00	0.34
1.28	0.40

- ① 0.10 ② 0.16 ③ 0.20 ④ 0.26 ⑤ 0.34

12. 어느 도시의 인구가 P_0 명에서 P 명이 될 때까지 걸리는 시간 T (년)은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$T = C \log \frac{P(K - P_0)}{P_0(K - P)}$$

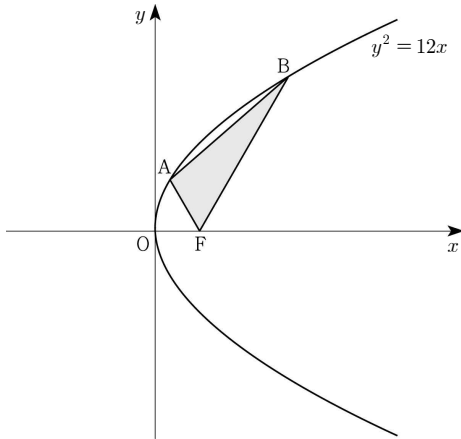
(단, C 는 상수, K 는 최대 인구 수용 능력이다.)

이 도시의 최대 인구 수용 능력이 30만 명이고, 인구가 6만 명에서 10만 명이 될 때까지 10년이 걸렸다고 한다. 인구가 처음으로 15만 명 이상이 되는 것은 인구가 6만 명일 때부터 몇 년 후인가? [3점]

- ① 18년 후 ② 20년 후 ③ 22년 후
④ 24년 후 ⑤ 26년 후

13 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 12x$ 위에

$\angle OFA = \angle AFB = \frac{\pi}{3}$ 인 두 점 A, B가 있다. 삼각형 AFB의 넓이는? (단, O는 원점이고 두 점 A, B는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



- ① $8\sqrt{3}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$ ④ $14\sqrt{3}$ ⑤ $16\sqrt{3}$

14 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + n + 1$$

을 만족시킬 때, 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다.

$n \geq 1$ 일 때,

$$a_{n+1} = 2a_n + n + 1 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} + \boxed{\textcircled{가}} \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

이고, ㉡에서 ㉠을 뺀 식으로부터

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) + 1$$

을 얻는다. $b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = 2b_n + 1$$

이므로

$$b_n = 2^{n+1} - 1$$

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^{k+1} - 1) \quad (n \geq 2)$$

$$= 2^{n+1} + \boxed{\textcircled{나}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,

$f(5) - g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

15. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

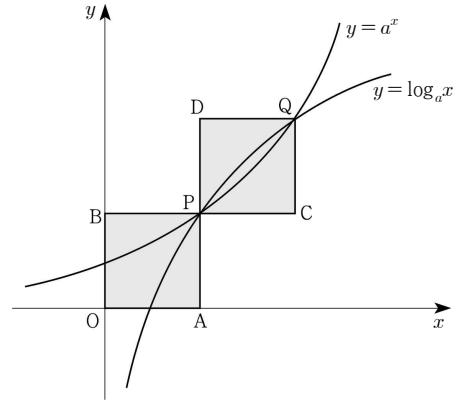
$$(가) \int_{\frac{\pi}{2}}^x f(t)dt = \{g(x) + a\} \sin x - 2$$

$$(나) g(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt \cos x + 3$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 그림과 같이 지수함수 $y = a^x$ 과 로그함수 $y = \log_a x$ 가 두 점 P, Q에서 만날 때, 점 P에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자.

점 Q를 지나고 x 축과 평행한 직선이 직선 AP와 만나는 점을 D, 점 Q를 지나고 y 축과 평행한 직선이 직선 BP와 만나는 점을 C라 할 때, 두 사각형 OAPB와 PCQD는 합동이다. a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ 2

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2B + AB^2 = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보기>

ㄱ. $(A+B)^{-1}$ 이 존재한다.

ㄴ. $A+B=E$ 이면 $A^3=E$ 이다.

ㄷ. $A^2B=BA^2$ 이면 $AB=BA$ 이다.

- ① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

18. 평면 α 위에 거리가 4인 두 점 A, C 와 중심이 C 이고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 점 A 에서 이 원에 그은 접선의 접점을 B 라 하자. 점 B 를 지나고 평면 α 와 수직인 직선 위에 $\overline{BP}=2$ 가 되는 점을 P 라 할 때, 점 C 와 직선 AP 사이의 거리는? [4점]

- ① $\sqrt{6}$

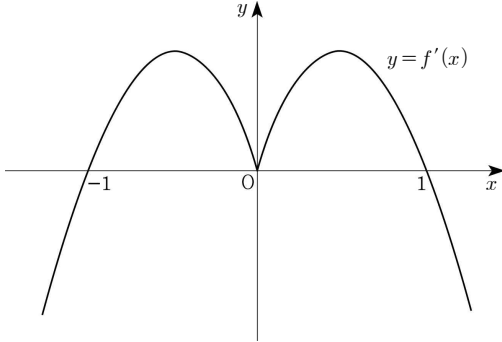
② $\sqrt{7}$

③ $2\sqrt{2}$

④ 3

⑤ $\sqrt{10}$

19. 그림과 같이 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이고 $x > 0$ 일 때 위로 볼록하다.

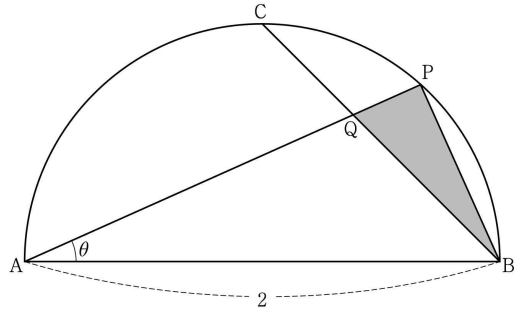


함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $f'(-1) = f'(0) = f'(1) = 0$) [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.
 ㄴ. $f(0)=0$ 이면 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은 0이다.
 ㄷ. $f(1)<0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 C를 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 가 되도록 잡는다. 호 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 AP와 선분 BC가 만나는 점을 Q라 하고, $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 삼각형 BPQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]

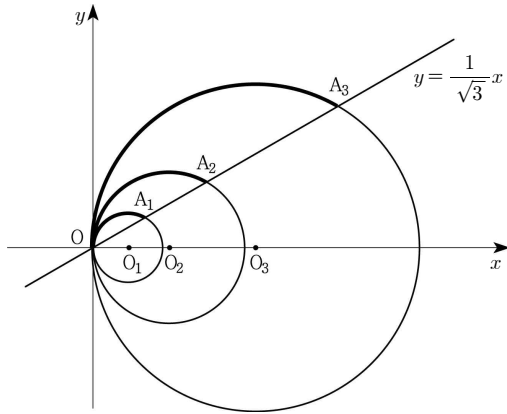


- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

21. 그림과 같이 중심이 $(1, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 O_1 이 있다. 원 O_1 이 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A_1 이라 하고 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 의 윗 쪽에 있는 호 OA_1 의 길이를 l_1 이라 하자.

중심이 $(l_1, 0)$ 이고 반지름의 길이가 l_1 인 원 O_2 를 그린다. 원 O_2 가 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A_2 라 하고 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 의 윗 쪽에 있는 호 OA_2 의 길이를 l_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 호의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{l_n}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{\pi-3}$ ② $\frac{2}{\pi-3}$ ③ $\frac{1}{2\pi-3}$
 ④ $\frac{2}{2\pi-3}$ ⑤ $\frac{3}{2\pi-3}$

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, 공차가 3인 등차수열일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식 $\sqrt{2x-3} = x-3$ 의 실근을 구하시오. [3점]

24. 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

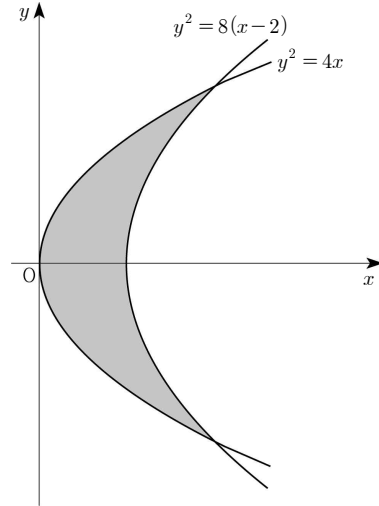
X	1	2	3	4	계
$P(X=x)$	a	$2a$	$3a$	$4a$	1

확률변수 $4X+7$ 의 평균 $E(4X+7)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

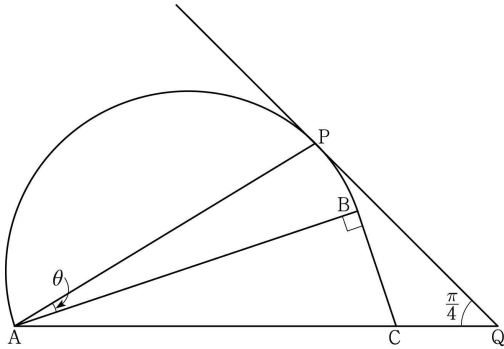
25. 일차변환 f 는 점 $(1, 0)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기고, f 의 역변환 f^{-1} 은 점 $(1, 0)$ 을 점 $(0, 1)$ 로 옮긴다. 일차변환 f 에 의하여 점 $(4, 3)$ 이 옮겨진 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $10a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 포물선 $y^2 = 4x$ 와 $y^2 = 8(x-2)$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피가 V 일 때, $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 구하시오.

[3점]

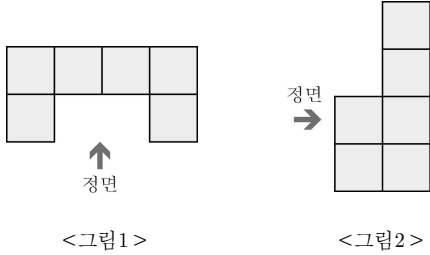


27. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 1$ 이고 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위의 점 P 에서의 접선과 AC 의 연장선이 만나는 점을 Q 라 하자. $\angle PQA = \frac{\pi}{4}$ 이고 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $60 \tan 2\theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]

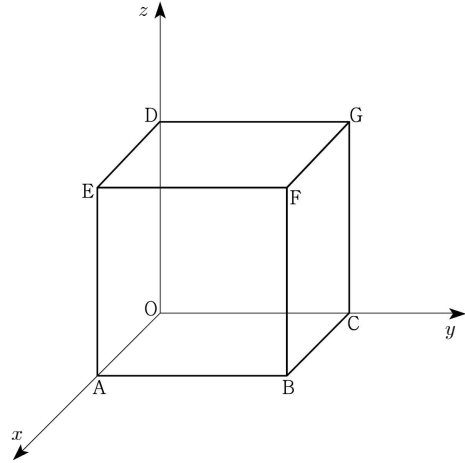


28. 중심이 C 이고 반지름의 길이가 3 인 구와 구 위의 한 점 A 가 있다. 구 밖의 한 점 B 를 $\overline{AB} = 6$ 이고 $\overline{CB} = 5$ 가 되도록 잡는다. 점 P 가 이 구 위를 움직일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BP}$ 의 내적 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BP}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

29. 크기가 같은 정육면체 모양의 블록 12 개를 모두 사용하여 쌓은 입체도형을 만들려고 한다. 이 도형을 위에서 내려다 본 모양이 <그림 1>, 정면을 기준으로 오른쪽 옆에서 본 모양이 <그림 2>와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 블록은 서로 구별하지 않는다.) [4점]



30. 그림과 같이 좌표공간에 있는 정육면체 $OABC-DEFG$ 에서 $A(4, 0, 0)$, $C(0, 4, 0)$, $D(0, 0, 4)$ 이다. 이 정육면체가 평면 $x + y + 2z = 6$ 에 의하여 잘린 단면의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.