

제 2 교시

수리 영역 (나형)

성명		수험 번호					3			
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 두 행렬  $A, B$ 에 대하여

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때,  $A^2 - AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 12    ② 10    ③ 8    ④ 6    ⑤ 4

2.  $\left(\frac{1}{\log_8 2}\right)^3 + \log_2 16^2$ 의 값은? [2점]

- ① 18    ② 28    ③ 32    ④ 35    ⑤ 46

3. 지수부등식  $3^{x^2} < 9 \cdot 3^x$ 의 해가  $\alpha < x < \beta$ 일 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은? [2점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & (x \neq 1) \\ k & (x = 1) \end{cases}$$

가  $x = 1$ 에서 연속일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

5. 함수  $f(x) = \int (x^2 + 2x) dx$  일 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$  의 값은? [3점]

- ① 14      ② 16      ③ 18      ④ 20      ⑤ 22

6. 한 꼭짓점에서 자기 자신으로 가는 변이 없고, 두 꼭짓점 사이에 많아야 한 개의 변이 존재하는 다섯 개의 꼭짓점을 갖는 그래프  $G$ 의 두 꼭짓점을 잇는 변의 개수를 성분으로 하는 행렬을  $M$ 이라 할 때, 다음은 행렬  $M^2$ 을 나타낸 것이다.

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

이때, 그래프  $G$ 의 모든 변의 개수는? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

7. 식품의 부패 정도를 수치화한 식품손상지수  $G$ 와 상대습도  $H$  (%), 기온  $T$ (°C) 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$G = \frac{H-65}{14} \times (1.05)^T$$

상대습도가 80%, 기온이 35°C일 때의 식품손상지수를  $G_1$ , 상대습도가 70%, 기온이 20°C일 때의 식품손상지수를  $G_2$ 라 할 때,  $\frac{G_1}{G_2}$ 의 값은? (단,  $1.05^{15} = 2$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

8. 체중이 각각 75kg, 80kg인 갑과 을이 1개월짜리 다이어트 프로그램에 참가하여 동시에 다이어트를 시작하였다. 갑은 매일 전날에 비해 0.3%의 체중이 감소하였고, 을은 매일 전날에 비해 0.5%의 체중이 감소하였다고 할 때, 갑과 을의 체중이 같아지는 때는 다이어트 시작일로부터 며칠 후인가? (단,  $\log 2 = 0.301$ ,  $\log 3 = 0.477$ ,  $\log 9.95 = 0.998$ ,  $\log 9.97 = 0.999$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 15일                      ② 18일                      ③ 22일
- ④ 25일                      ⑤ 28일

9. 주사위 1개와 동전 5개를 동시에 던져 나온 주사위의 눈의 수를  $a$ , 동전의 앞면의 개수를  $b$ 라 할 때,  $a = 3b$ 일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{64}$                       ②  $\frac{1}{32}$                       ③  $\frac{3}{64}$
- ④  $\frac{1}{16}$                       ⑤  $\frac{5}{64}$

10. 실수 전체에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 가  $f(x) = f(x+4)$ 를 만족하고

$$f(x) = \begin{cases} -4x+2 & (0 \leq x < 2) \\ x^2-2x+a & (2 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

일 때,  $\int_9^{11} f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① -8                      ②  $-\frac{26}{3}$                       ③  $-\frac{28}{3}$
- ④ -10                      ⑤  $-\frac{32}{3}$

11. 자연수  $n$ 에 대하여 두 함수  $f(x) = x^2 - (n+1)x + n^2$ ,  
 $g(x) = n(x-1)$ 의 그래프의 두 교점의  $x$ 좌표를  $a_n, b_n$ 이라 할

때,  $\sum_{n=1}^{19} \frac{100}{a_n b_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 80      ② 85      ③ 90      ④ 95      ⑤ 100

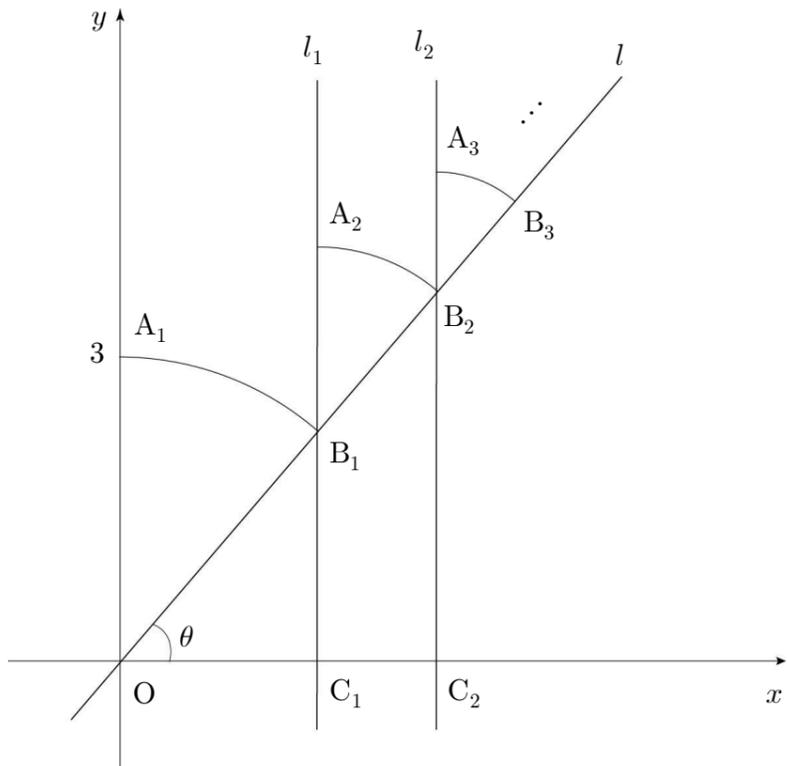
12. 함수  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)\cdots(x-10)$ 에 대하여

$\frac{f'(1)}{f'(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① -80      ② -84      ③ -88      ④ -92      ⑤ -96

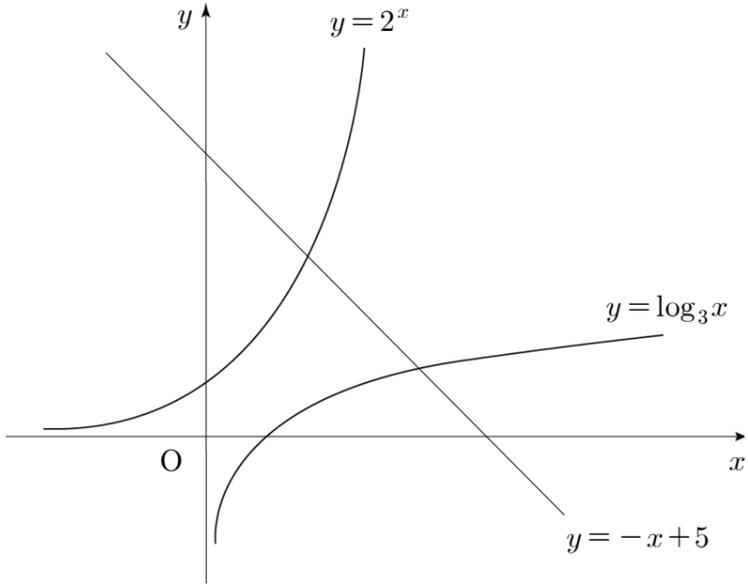
13. 다항함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x f(t) dt - f(x)}{x^2 - 1} = 2$ 를 만족할 때,  $f'(1)$ 의 값은? [4점]
- ① -4      ② -3      ③ -2      ④ -1      ⑤ 0

14. 그림과 같이 원점  $O$ 를 지나고 기울기가  $\tan\theta$ 인 직선  $l$ 과 점  $A_1(0, 3)$ 이 있다. 점  $O$ 를 중심으로 하고  $\overline{OA_1}$ 을 반지름으로 하는 원과 직선  $l$ 이 만나는 점을  $B_1$ 이라 하자.  $B_1$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선  $l_1$ 이  $x$ 축과 만나는 점을  $C_1$ 이라 하고, 직선  $l_1$  위에  $\overline{OC_1} = \overline{B_1A_2}$ 가 되는 점  $A_2$ 를 잡는다. 점  $B_1$ 을 중심으로 하고  $\overline{B_1A_2}$ 를 반지름으로 하는 원과 직선  $l$ 이 만나는 점을  $B_2$ 라 하자.  $B_2$ 를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선  $l_2$ 가  $x$ 축과 만나는 점을  $C_2$ 라 하고, 직선  $l_2$  위에  $\overline{C_1C_2} = \overline{B_2A_3}$ 이 되는 점  $A_3$ 을 잡는다. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 부채꼴  $B_{n-1}B_nA_n$ 의 호의 길이를  $\widehat{A_nB_n}$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \widehat{A_nB_n} = 9\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 이다.  $\overline{B_1C_1}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  이고  $B_0$ 은 원점이다.) [4점]



- ①  $\sqrt{3}$       ② 2      ③  $\sqrt{5}$       ④  $\sqrt{6}$       ⑤  $\sqrt{7}$

15. 두 곡선  $y=2^x$ ,  $y=\log_3x$ 와 직선  $y=-x+5$ 가 만나는 점을 각각  $A(a_1, a_2)$ ,  $B(b_1, b_2)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

㉠.  $a_1 > b_2$

㉡.  $a_1 + a_2 = b_1 + b_2$

㉢.  $\frac{a_1}{a_2} < \frac{b_2}{b_1}$

- ① ㉠                      ② ㉢                      ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢                ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

16. 국가의 정책 수립을 위해 국민 5만 명을 대상으로 전화와 인터넷을 이용한 설문조사를 실시하였다. 전화조사 대상자 1만 명 중 70%가 조사에 참여하였고, 인터넷조사 대상자 4만 명 중 85%가 조사에 참여하였다고 한다. 조사에 참여한 대상자 중에서 임의로 한 명 선택하였을 때, 이 사람이 인터넷조사에 참여하였을 확률은? [3점]



- ①  $\frac{26}{41}$             ②  $\frac{28}{41}$             ③  $\frac{30}{41}$             ④  $\frac{32}{41}$             ⑤  $\frac{34}{41}$

17. 수열  $\{a_n\}$  을

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{a_n}{n+1}$$

으로 정의할 때, 다음은 수열  $\{a_n\}$  의 일반항을 구하는 과정이다.

$b_n = \frac{a_n}{n+1}$  이라 놓으면  $a_n = (n+1)b_n$  이므로

$$(n+3)b_{n+2} = (\boxed{\text{가}}) b_{n+1} + b_n$$

$$(n+3)(b_{n+2} - b_{n+1}) = -(b_{n+1} - b_n) \dots \dots (\star)$$

식  $(\star)$  에  $n=1, 2, \dots, m-1$  ( $m \geq 2$ ) 를 대입하면

$$4(b_3 - b_2) = -(b_2 - b_1)$$

$$5(b_4 - b_3) = -(b_3 - b_2)$$

$$\vdots$$

$$(m+2)(b_{m+1} - b_m) = -(b_m - b_{m-1})$$

좌변과 우변을 각각 곱하여 정리하면,

$$b_{m+1} - b_m = \left(-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\dots\left(-\frac{1}{m+2}\right)(b_2 - b_1)$$

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (b_{k+1} - b_k) \quad (n \geq 2)$$

따라서  $a_1 = 1, a_n = (n+1)\left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \boxed{\text{나}}\right)$  ( $n \geq 2$ ) 이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각  $f(n), g(k)$  라 할 때,  $f(1)g(3)$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{240}$
- ②  $\frac{1}{180}$
- ③  $\frac{1}{40}$
- ④  $\frac{1}{30}$
- ⑤  $\frac{1}{24}$

18. 자연수  $n$  에 대하여 함수  $y = \log_c |x|$  의 그래프와 직선  $y = n$  의 교점의  $x$  좌표를 각각  $a_n, b_n$  ( $a_n > b_n$ ) 이라 할 때, 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㉠.  $a_n + b_n = 0$
- ㉡.  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$  이면  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{c}{1-c}$  이다.
- ㉢.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n}$  이 발산하면  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  이 발산한다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

19. 정수  $a, b, c$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 10$ 이 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

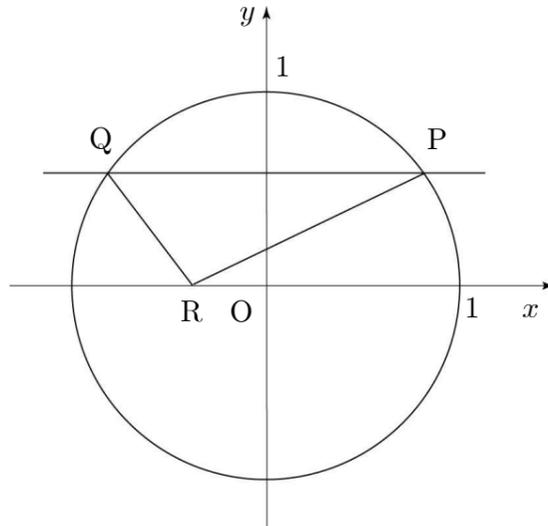
$$(가) \text{ 모든 실수 } \alpha \text{에 대하여 } \int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 2 \int_0^{\alpha} f(x)dx$$

$$(나) -6 < f'(1) < -2$$

이때, 함수  $y = f(x)$ 의 극솟값은? [4점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

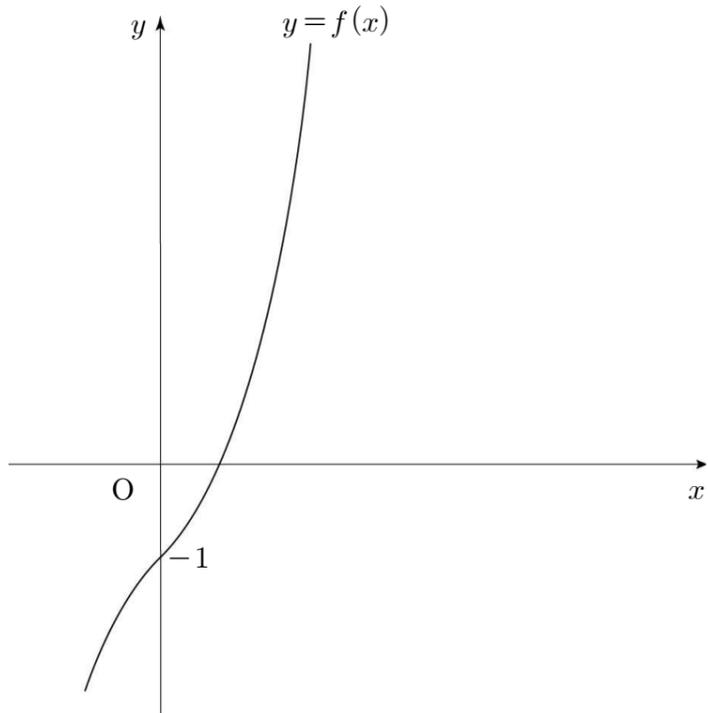
20. 원  $x^2 + y^2 = 1$  위를 움직이는 제1사분면 위의 점  $P(\alpha, \beta)$ 를 지나고  $x$ 축과 평행한 직선을 그어 원과 만나는 다른 점을  $Q$ ,  $x$ 축 위의 한 점을  $R$ 라 하자. 삼각형  $PQR$ 의 넓이를  $S(\alpha)$ 라 할 때,  $\lim_{\alpha \rightarrow 1-0} \frac{S(\alpha)}{\sqrt{1-\alpha}}$ 의 값은? [4점]



- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④ 2      ⑤  $\sqrt{5}$

21. 함수  $f(x) = x^3 + x - 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,

$\int_1^9 g(x)dx$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{47}{4}$                       ②  $\frac{49}{4}$                       ③  $\frac{51}{4}$
- ④  $\frac{53}{4}$                       ⑤  $\frac{55}{4}$

단답형(22 ~ 30)

22. 등차수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 2$ ,  $a_{100} - a_{90} = 34$ 를 만족할 때,  $a_{21}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식  $x + y + z = 20$ 을 만족시키는 양의 정수 중 짝수인  $x, y, z$ 에 대하여 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수를 구하시오. [3점]

24. 곡선  $y=f(x)$  위의 임의의 점  $P(x, y)$ 에서의 접선의 기울기가  $3x^2-12$ 이고 함수  $f(x)$ 의 극솟값이 3일 때, 함수  $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]
26. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n+n} - \sqrt{n})=5$ 를 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수  $f(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx} (x^2 - 6x) \right\} dx$ 에 대하여  $f(x)$ 의 최솟값이 8일 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

<p>(가) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{f(x)} = \frac{1}{2}</math></p> <p>(나) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3</math></p>
---

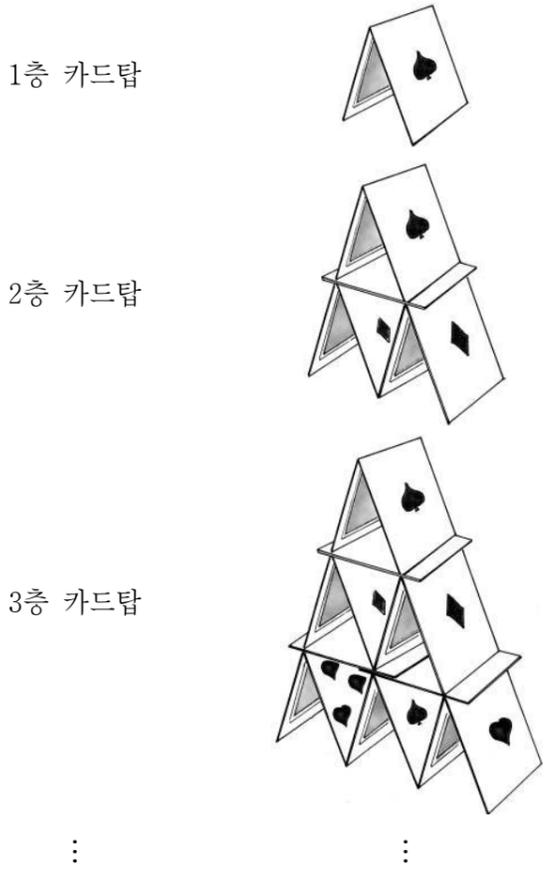
28. 양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표를  $f(x)$ 라 하자. 정수 부분이 네 자리인 양수  $t$ 에 대하여

$$\log t = \frac{1}{4}f(t^2) - \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{t}\right)$$

을 만족시키는 모든 실수  $t$ 의 곱을  $A$ 라 할 때,  $4\log A$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 다음은  $n$  층 카드탑에 대한 설명이다.

- I. 1층 카드탑 : 두 장의 카드를 맞대어 세운 것.
- II. 2층 카드탑 : 1층 카드탑 두 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 한 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 1층 카드탑을 쌓은 것.
- III. 3층 카드탑 : 1층 카드탑 세 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 두 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 2층 카드탑을 쌓은 것.
- IV.  $n$  층 카드탑 : 1층 카드탑  $n$  개를 나란히 세우고 그 위에 가로로  $(n-1)$  장의 카드를 올려놓은 후 그 위에  $(n-1)$  층 카드탑을 쌓은 것.



$n$  층 카드탑을 만드는데 필요한 카드의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_{20}$ 의 값을 구하시오. [3점]

30. 좌표평면 위의 두 점  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 0)$ 이 있다. 자연수  $n$ 에 대하여  $\overline{OA}$ 를  $n$ 등분한 점을 차례로  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$ 이라 하고, 점  $O$ 는  $A_0$ , 점  $A$ 는  $A_n$ 이라 하자. 점  $A_k$ 를 지나고  $x$ 축과 수직인 직선이 함수  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 의 그래프와 만나는 점을  $B_k$ 라 하자. ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ )

$\overline{A_{k-1}A_k}$ 를 밑변으로 하고,  $\overline{A_kB_k}$ 를 높이로 하는 직사각형  $n$ 개의 넓이의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $2\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]

\* 확인 사항  
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.