

제 2 교시

수리 영역 (가형)

성명		수험 번호					3			
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(‘가’형 / ‘나’형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 두 행렬  $A, B$ 에 대하여

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때,  $A^2 - AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 12      ② 10      ③ 8      ④ 6      ⑤ 4

2.  $\left(\frac{1}{\log_8 2}\right)^3 + \log_2 16^2$ 의 값은? [2점]

- ① 18      ② 28      ③ 32      ④ 35      ⑤ 46

3. 지수부등식  $3^{x^2} < 9 \cdot 3^x$ 의 해가  $\alpha < x < \beta$ 일 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은? [2점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

4. 무리방정식  $\sqrt{x^2 - 2x + 8} = x^2 - 2x - 4$ 의 모든 실근의 곱은? [3점]

- ① -16      ② -8      ③ -4      ④ -2      ⑤ -1

5.  $A, B, C, D, E, F$  여섯 명으로 구성된 어느 수학 동아리에서 회장과 부회장을 각각 1명씩 뽑으려고 한다.  $A$  또는  $B$ 가 회장으로 뽑혔을 때,  $F$ 가 부회장으로 뽑힐 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{5}$       ⑤  $\frac{1}{6}$

6. 양의 실수를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = x$ ,  $h(x) = \ln x$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족하는 함수  $g(x)$ 가 있다. 이때,  $g(e)$ 의 값은? [3점]

(가)  $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = h(x)$

(나)  $g(1) = -1$

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

7. 식품의 부패 정도를 수치화한 식품손상지수  $G$ 와 상대습도  $H$  (%), 기온  $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$G = \frac{H-65}{14} \times (1.05)^T$$

상대습도가 80%, 기온이  $35^{\circ}\text{C}$ 일 때의 식품손상지수를  $G_1$ , 상대습도가 70%, 기온이  $20^{\circ}\text{C}$ 일 때의 식품손상지수를  $G_2$ 라 할 때,  $\frac{G_1}{G_2}$ 의 값은? (단,  $1.05^{15} = 2$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

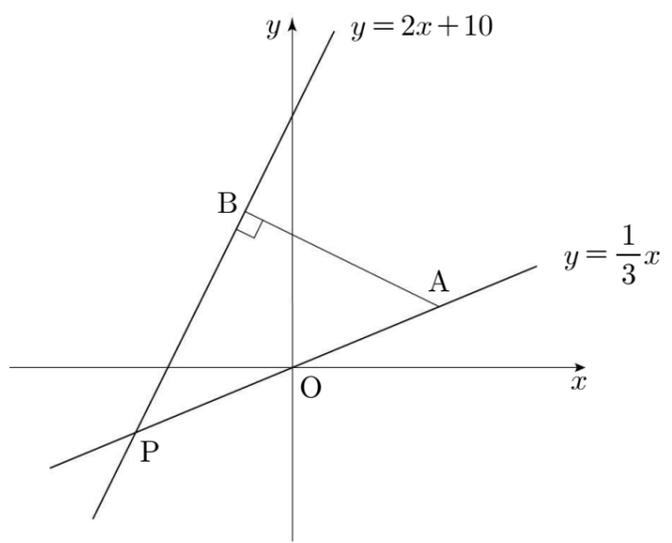
8. 체중이 각각 75kg, 80kg인 갑과 을이 1개월짜리 다이어트 프로그램에 참가하여 동시에 다이어트를 시작하였다. 갑은 매일 전날에 비해 0.3%의 체중이 감소하였고, 을은 매일 전날에 비해 0.5%의 체중이 감소하였다고 할 때, 갑과 을의 체중이 같아지는 때는 다이어트 시작일로부터 며칠 후인가? (단,  $\log 2 = 0.301$ ,  $\log 3 = 0.477$ ,  $\log 9.95 = 0.998$ ,  $\log 9.97 = 0.999$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 15일                      ② 18일                      ③ 22일
- ④ 25일                      ⑤ 28일

9. 구  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ 을  $xy$  평면으로 자른 단면을 밑면으로 하고, 구에 내접하는 원뿔의 부피의 최댓값은? [3점]

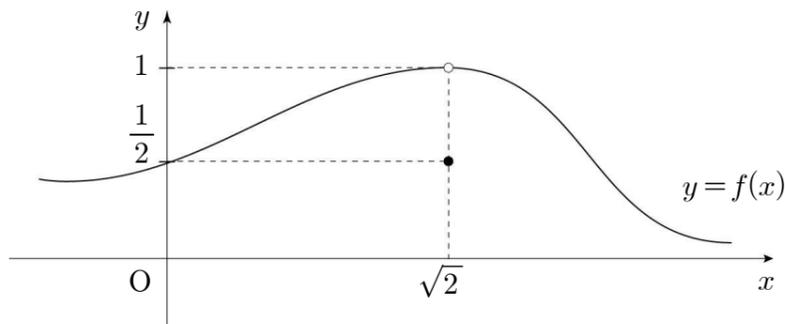
- ①  $\frac{31}{3}\pi$                       ②  $\frac{32}{3}\pi$                       ③  $11\pi$
- ④  $\frac{34}{3}\pi$                       ⑤  $\frac{35}{3}\pi$

10. 그림과 같이 두 직선  $y = \frac{1}{3}x$ ,  $y = 2x + 10$  위의 두 점 A, B와 교점 P를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 PAB가 있다.  $\angle B = 90^\circ$  이고  $\overline{PB} = 12$ 일 때,  $\overline{PA}$ 의 값은? [3점]



- ①  $12\sqrt{2}$                       ②  $12\sqrt{3}$                       ③ 18
- ④  $18\sqrt{2}$                       ⑤  $18\sqrt{3}$

11. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]



<보 기>

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} [xf(x)] = 1$

ㄴ. 함수  $[xf(x)]$ 는  $x = \sqrt{2}$ 에서 연속이다.

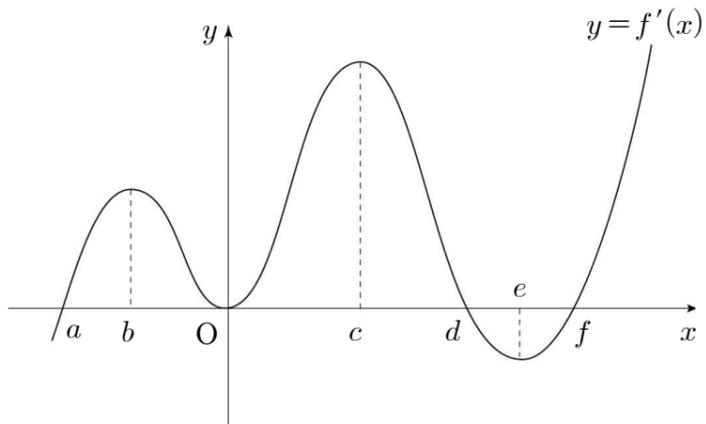
ㄷ. 함수  $(x - \sqrt{2})[xf(x)]$ 는  $x = \sqrt{2}$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 곡선  $y=(2x+1)^2$ 과  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 도형을  $x$ 축 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피는? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$                       ②  $\frac{\pi}{7}$                       ③  $\frac{\pi}{8}$   
 ④  $\frac{\pi}{9}$                       ⑤  $\frac{\pi}{10}$

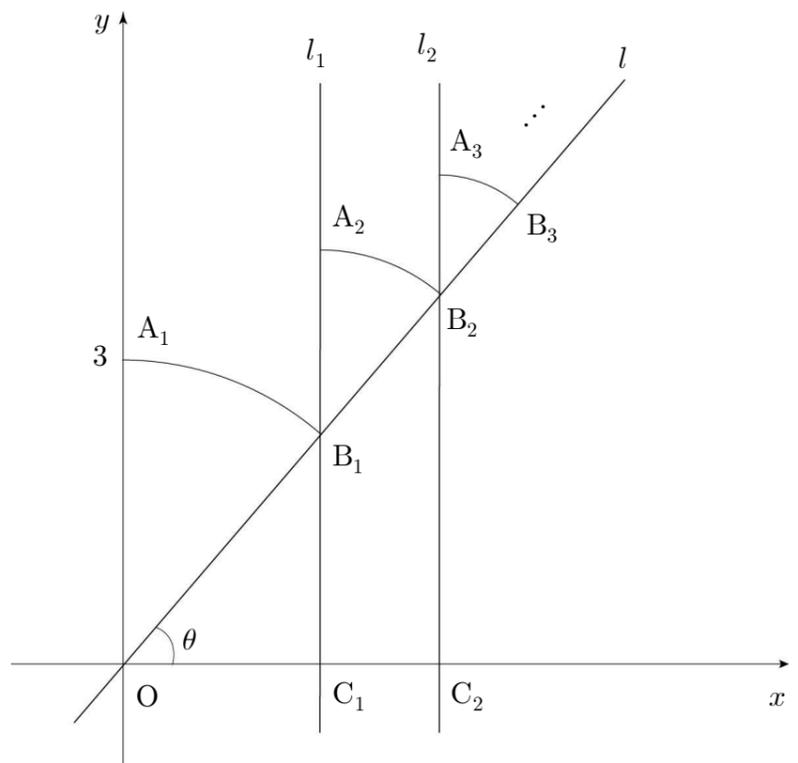
13. 다항함수  $y=f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기>
- ㄱ. 구간  $[a, f]$ 에서  $f(x)$ 의 변곡점은 4개이다.
  - ㄴ. 구간  $[a, e]$ 에서  $f(x)$ 가 극대가 되는  $x$ 의 개수는 1개이다.
  - ㄷ. 구간  $[a, e]$ 에서  $f(x)$ 의 최댓값은  $f(c)$ 이다.

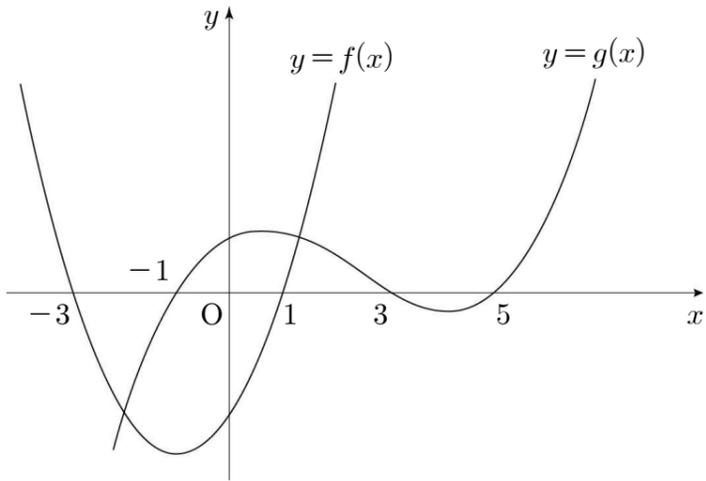
- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 원점  $O$ 를 지나고 기울기가  $\tan\theta$ 인 직선  $l$ 과 점  $A_1(0, 3)$ 이 있다. 점  $O$ 를 중심으로 하고  $\overline{OA_1}$ 을 반지름으로 하는 원과 직선  $l$ 이 만나는 점을  $B_1$ 이라 하자.  $B_1$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선  $l_1$ 이  $x$ 축과 만나는 점을  $C_1$ 이라 하고, 직선  $l_1$  위에  $\overline{OC_1} = \overline{B_1A_2}$ 가 되는 점  $A_2$ 를 잡는다. 점  $B_1$ 을 중심으로 하고  $\overline{B_1A_2}$ 를 반지름으로 하는 원과 직선  $l$ 이 만나는 점을  $B_2$ 라 하자.  $B_2$ 를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선  $l_2$ 가  $x$ 축과 만나는 점을  $C_2$ 라 하고, 직선  $l_2$  위에  $\overline{C_1C_2} = \overline{B_2A_3}$ 이 되는 점  $A_3$ 을 잡는다. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 부채꼴  $B_{n-1}B_nA_n$ 의 호의 길이를  $\widehat{A_nB_n}$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \widehat{A_nB_n} = 9\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 이다.  $\overline{B_1C_1}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  이고  $B_0$ 은 원점이다.) [4점]



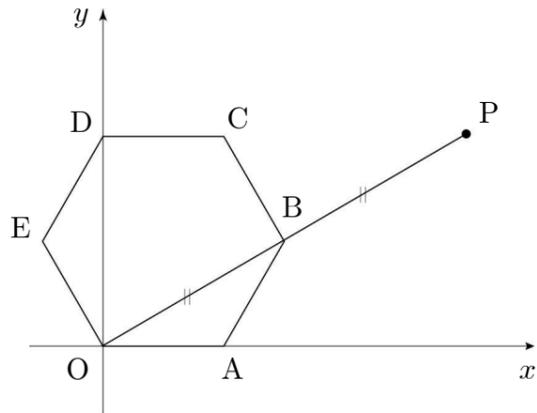
- ①  $\sqrt{3}$
- ② 2
- ③  $\sqrt{5}$
- ④  $\sqrt{6}$
- ⑤  $\sqrt{7}$

15. 이차함수  $y=f(x)$ 와 삼차함수  $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식  $\frac{f(x-1)}{\sqrt{g(x)}} < 0$ 을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [4점]



- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

16. 그림과 같이 정육각형 OABCDE에 대하여  $O(0, 0)$ ,  $A(1, 0)$  이고, 직선 OB 위의 점 P는  $\overline{OP} = 2\overline{OB}$ 를 만족한다. 원점을 닻음의 중심으로 하는 닻음변환  $f$ 와 원점을 중심으로  $\theta$ 만큼 회전시키는 회전변환  $g$ 의 합성변환  $g \circ f$ 에 의하여 점 A가 점 P로 옮겨질 때, 합성변환  $g \circ f$ 를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ① 2
- ②  $2\sqrt{3}$
- ③ 6
- ④  $6\sqrt{3}$
- ⑤ 18

17. 수열  $\{a_n\}$  을

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{a_n}{n+1}$$

으로 정의할 때, 다음은 수열  $\{a_n\}$  의 일반항을 구하는 과정이다.

$b_n = \frac{a_n}{n+1}$  이라 놓으면  $a_n = (n+1)b_n$  이므로

$$(n+3)b_{n+2} = ((가)) b_{n+1} + b_n$$

$$(n+3)(b_{n+2} - b_{n+1}) = -(b_{n+1} - b_n) \dots \dots (\star)$$

식  $(\star)$  에  $n = 1, 2, \dots, m-1$  ( $m \geq 2$ ) 를 대입하면

$$4(b_3 - b_2) = -(b_2 - b_1)$$

$$5(b_4 - b_3) = -(b_3 - b_2)$$

$$\vdots$$

$$(m+2)(b_{m+1} - b_m) = -(b_m - b_{m-1})$$

좌변과 우변을 각각 곱하여 정리하면,

$$b_{m+1} - b_m = \left(-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\dots\left(-\frac{1}{m+2}\right)(b_2 - b_1)$$

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (b_{k+1} - b_k) \quad (n \geq 2)$$

따라서  $a_1 = 1, a_n = (n+1)\left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} ((나))\right)$  ( $n \geq 2$ ) 이다.

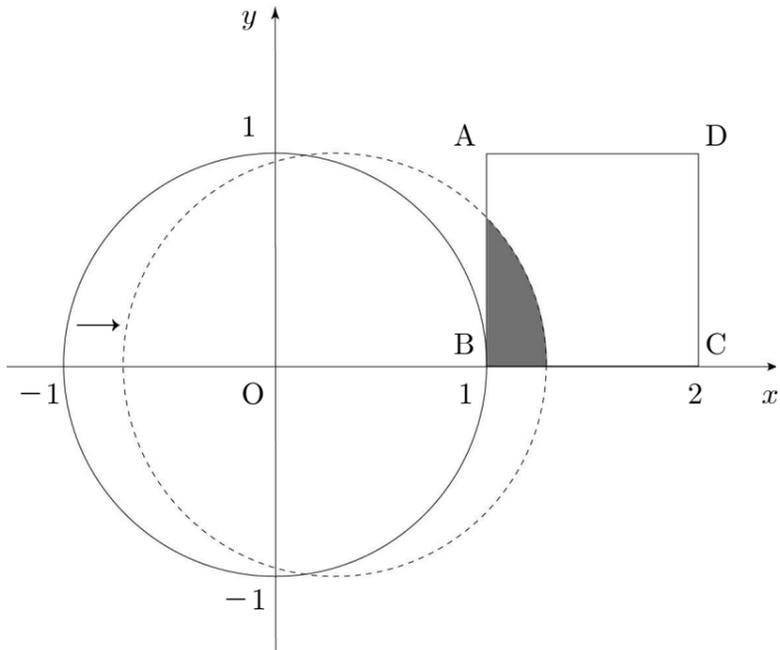
위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각  $f(n), g(k)$  라 할 때,  $f(1)g(3)$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{240}$                       ②  $\frac{1}{180}$                       ③  $\frac{1}{40}$
- ④  $\frac{1}{30}$                          ⑤  $\frac{1}{24}$

18. 1 부터 9 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9 개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 세 수의 합이 짝수일 확률은? [4 점]

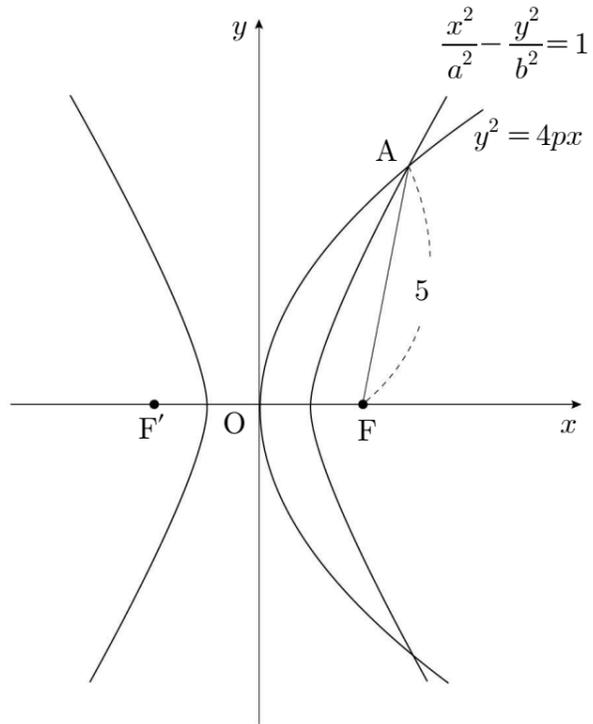
- ①  $\frac{5}{14}$                               ②  $\frac{8}{21}$                               ③  $\frac{3}{7}$
- ④  $\frac{10}{21}$                              ⑤  $\frac{11}{21}$

19. 좌표평면 위에 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원  $O$ 와 네 점  $A(1, 1)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(2, 0)$ ,  $D(2, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형  $ABCD$ 가 있다. 원  $O$ 의 중심이  $x$ 축을 따라 양의 방향으로 매초 1의 일정한 속력으로 움직인다.  $t$ 초 후 원의 내부와 정사각형  $ABCD$ 의 내부가 겹치는 부분의 넓이를  $S$ 라 하자. 원  $O$ 의 중심이  $(\frac{1}{2}, 0)$ 을 지나는 순간, 넓이  $S$ 의 시간(초)에 대한 변화율은? (단,  $0 \leq t \leq 1$ ) [4점]



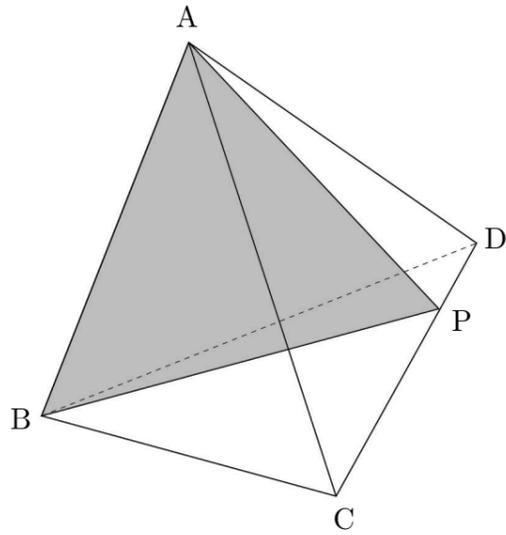
- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ⑤  $\sqrt{3}$

20. 그림과 같이  $F(p, 0)$ 을 초점으로 하는 포물선  $y^2 = 4px$ 와  $F(p, 0)$ 과  $F'(-p, 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ )이 제1사분면에서 만나는 점을  $A$ 라 하자.  $\overline{AF} = 5$ ,  $\cos(\angle AFF') = -\frac{1}{5}$  일 때,  $ab$ 의 값은? [4점]



- ① 1
- ②  $\sqrt{3}$
- ③  $\sqrt{5}$
- ④  $\sqrt{7}$
- ⑤ 3

21. 그림과 같이 정사면체 ABCD의 모서리 CD를 3:1로 내분하는 점을 P라 하자. 삼각형 ABP와 삼각형 BCD가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ②  $\frac{\sqrt{3}}{9}$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{15}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{18}$

단답형(22 ~ 30)

22.  $(x + \frac{2}{x})^6$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 원  $(x-6)^2 + (y-5)^2 = 36$ 과  $x$ 축의 두 교점을 초점으로 하고, 원의 중심을 지나는 타원의 장축의 길이를 구하시오. [3점]

24. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} = -1$  일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1+5h)}{h}$  의 값을 구하시오. [3점]

26. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$  이  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n + n} - \sqrt{n}) = 5$  를

만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$  의 값을 구하시오. [4점]

25.  $f(x) = 3x^2 + x + \int_0^2 f(t) dt$  를 만족시키는 함수  $f(x)$  에 대하여  $f(2)$  의 값을 구하시오. [3점]

27.  $0 \leq x \leq \pi$  일 때, 방정식  $2\sin x \cos x - \cos 2x + 1 = 0$  을 만족시키는 모든 실근의 합은  $\frac{q}{p}\pi$  이다.  $p+q$  의 값을 구하시오.  
(단,  $p$  와  $q$  는 서로소인 자연수이다.) [3점]

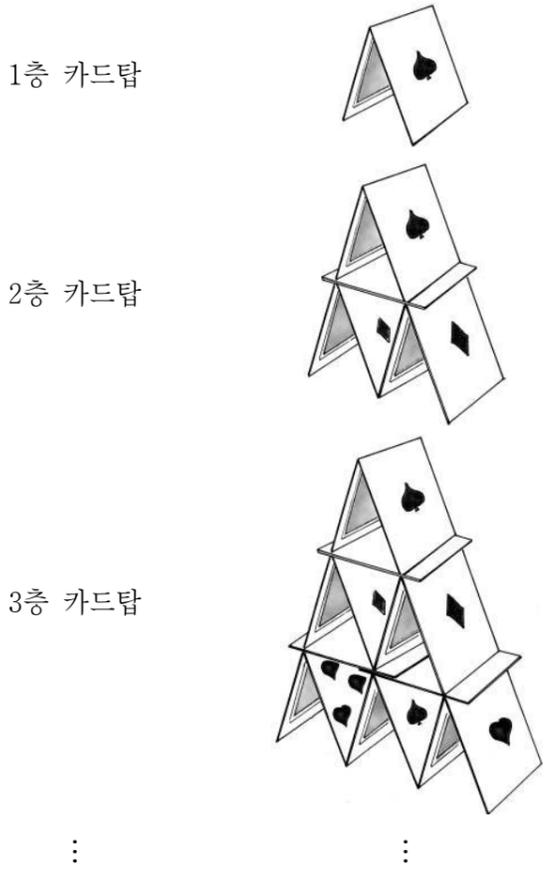
28. 아래와 같은 순서로 두 용기  $A, B$  에 물과 소금을 넣어 소금물을 만들고자 한다.

- I. 용기  $A, B$  에 각각 200g 과 100g 의 물을 넣는다.
- II. 75g 의 소금을 모두 용기  $A, B$  에 나누어 넣되, 용기  $A$  에 더 많이 넣는다.
- III. 용기  $A$  만 가열하여 용기  $A$  에 넣은 소금의 양 만큼 물을 증발시킨다.

이때, 용기  $A, B$  의 소금물의 농도를 각각  $a(\%)$ ,  $b(\%)$  라 하자.  $a+b=45$  일 때, 용기  $A$  에 넣은 소금의 양(g) 을 구하시오. [4점]

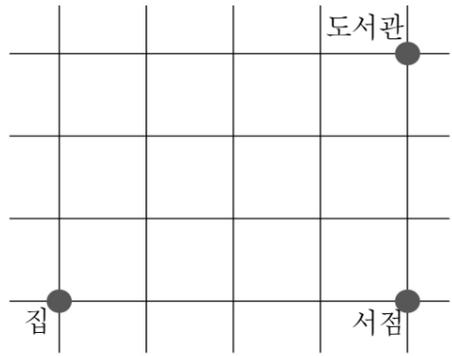
29. 다음은  $n$  층 카드탑에 대한 설명이다.

- I. 1층 카드탑 : 두 장의 카드를 맞대어 세운 것.
- II. 2층 카드탑 : 1층 카드탑 두 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 한 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 1층 카드탑을 쌓은 것.
- III. 3층 카드탑 : 1층 카드탑 세 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 두 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 2층 카드탑을 쌓은 것.
- IV.  $n$  층 카드탑 : 1층 카드탑  $n$  개를 나란히 세우고 그 위에 가로로  $(n-1)$  장의 카드를 올려놓은 후 그 위에  $(n-1)$  층 카드탑을 쌓은 것.



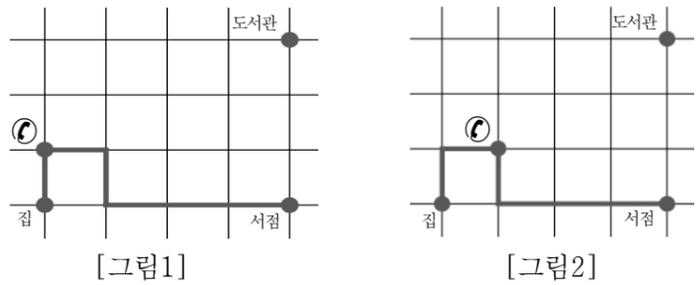
$n$  층 카드탑을 만드는데 필요한 카드의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_{20}$ 의 값을 구하시오. [3점]

30. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다.



철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 약속장소가 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나 온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다.

예를 들어, [그림1]과 [그림2]는 연락받은 위치는 다르나, 같은 경로이다.



철수가 집에서 서점까지 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오. (단, 철수가 도서관에 도착한 후에 서점으로 가는 경우도 포함한다.) [4점]

\* 확인 사항  
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.