서울 9급 평가 해설

정답 및 해설

정 답

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
④	①	③	②	④	②	③	④	③	④
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
②	①	①	②	③	④	①	①	③	②

해 설

1. 두 조건 p, q 에 대하여, 명제 $p \Rightarrow q$ 일 때, 진리집합 P, Q 는 $P \subset Q$ 를 만족한다.
$P \subset Q$ 이면, $P^c \supset Q^c$ 이므로, $P^c \cup Q = U$ 를 만족한다.

2. $x+y=3,\ xy=1$ 일 때, $(x+y)(x^2-xy+y^2)=x^3+y^3$ 이고,
$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ 이므로, $3^3-3 \circ 1 \circ 3=18$ 이다.

3. 두 실수 a, b 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $1+2i$ 이면,
또 다른 근은 $1-2i$ 이다.
근과 계수와의 관계에 의하면,
두 근의 합 $-a=(1+2i)+(1-2i)=2$ 이고, 두 근의 곱
$b=(1+2i)\times(1-2i)=5$ 이므로,
$a=-2, b=5$ 이고, $a+b=3$ 을 만족한다.

4. x 에 관한 부등식 $(a-1)x+a+b \geq 0$ 를 풀면,
(ⅰ) $a \neq 1$ 인 경우, $a>1$ 이면, $x \geq \dfrac{-(a+b)}{a-1}$
$a<1$ 이면, $x \leq \dfrac{-(a+b)}{a-1}$
(ⅱ) $a=1$ 인 경우, $(1+b) \geq 0$ 이면, 근은 실수 전체
$(1+b)<0$ 이면, 해가 존재하지 않는다.
따라서 해가 없기 위한 b 의 값의 범위는 $b<-1$ 이다.

5. 두 점 $A(3, 1)$, $B(a, b)$ 가 직선 $y=x+1$ 에 대하여 대칭이므로,
두 점 $A(3, 1)$, $B(a, b)$ 을 지나는 직선과 직선 $y=x+1$ 은 서로 수직이다.
따라서 두 직선의 기울기의 곱은 $\dfrac{1-b}{3-a}\times 1=-1$ 이다.
$\dfrac{1-b}{3-a}\times 1=-1 \Leftrightarrow -(3-a)=1-b \Leftrightarrow -(3-a)=1-b$ 이므로 $a+b=4$
를 만족한다.

6. 원 $x^2+y^2=100$의 내부의 한 점 $A(6,0)$를 지나는 현 중에 가장 짧은 길이는 x축에 수직으로 그을 때이고,
현의 길이는 $2\times\sqrt{100-6^2}=2\times8=16$ 이다. 가장 긴 현은 원의 중심을 지날 때이고, 현의 길이는 20이다.
현의 길이가 16 인 현과 현의 길이가 20 인 현은 각각 하나씩 존재하고, 그 사이의 길이 $17, 18, 19$ 인 현은
원의 중심을 기준으로, 상반원과 하반원에 존재하여, 각각 2개씩 존재하므로,
길이가 자연수인 현의 개수는 $1+1+2\times3=8$ 이다.

7. $f(x)=x+a\ \ g(x)=ax+b$ 에 대하여, $(g\circ f)(x)=2x+1$ 일 때,
$(g\circ f)(x)=a(x+a)+b\Leftrightarrow(g\circ f)(x)=ax+a^2+b=2x+1$ 이다.
따라서, $a=2$ 이고, $a^2+b=1$ 이다. $\therefore a=2,\ b=-3$ 이고, $g(x)=2x-3$
이때, $g^{-1}(1)=t$ 라 하면, $g(t)=1$ 이고, $g(t)=2t-3=1\Leftrightarrow2t=4\Leftrightarrow t=2$ 이다.
$\therefore g^{-1}(1)=2$

8. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$ 이고, $\sin\theta=-\frac{4}{5}$ 이므로, $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{4}{5}$ 이다.

9. 사인법칙에 의하면, $\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}$ 을 만족하므로, $\frac{\sqrt{5}}{\sin45^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{\sin B}$ 이고,
$\sin B=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 이다.

10. $A+B=\begin{pmatrix}3&2\\-1&0\end{pmatrix}\ \ A-B=\begin{pmatrix}1&-2\\-1&2\end{pmatrix}$ 에서
두 식을 더하면, $2A=\begin{pmatrix}4&0\\-2&2\end{pmatrix}\Leftrightarrow A=\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}$ 이고, 두 식을 빼면,
$2B=\begin{pmatrix}2&4\\0&-2\end{pmatrix}$ 이다.
따라서, $A-2B=\begin{pmatrix}0&-4\\-1&3\end{pmatrix}$ 이고, 성분의 합은 -2 이다.

11. $2^a=20^b=10$ 에서, $2^a=10\Leftrightarrow2=10^{\frac{1}{a}}$ 이고, $20^b=10\Leftrightarrow20=10^{\frac{1}{b}}$ 이므로,
$\frac{2}{20}=10^{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}\Leftrightarrow10^{-1}=10^{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$ 이고, $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-1$ 이다.

12. 두 지수함수 $y=a^x,\ y=b^x$의 그래프에서 $1<a<b$ 이다.

$A = \log_a b$, $B = \log_b a$, $C = \log_b \frac{a}{b}$ 에서,

$A = \log_a b > 1$, $0 < B = \log_b a < 1$, $C = \log_b \frac{a}{b} = \log_b a - 1 < 0$이다.

따라서, $C < B < A$ 이다.

13. $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 1$ 에서, $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 1$ 일 때 일반항을 구하면,

$x = 3x + 1$ 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $a_{n+1} + \frac{1}{2} = 3(a_n + \frac{1}{2})$

$\therefore a_n + \frac{1}{2} = (a_1 + \frac{1}{2})3^{n-1}$

$\therefore a_n = \frac{3}{2} \circ 3^{n-1} - \frac{1}{2}$ 이므로, $\therefore a_5 = \frac{3}{2} \circ 3^4 - \frac{1}{2} = 121$ 이다.

14. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$ 이고, $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ 일 때,

$\lim_{n \to \infty} a_n = 0$ 이고, $\lim_{n \to \infty} S_n = 4$ 이다. 따라서

$\lim_{n \to \infty} \frac{3a_n + 4S_n}{4a_n + 5S_n} = \frac{3 \circ 0 + 4 \circ 4}{4 \circ 0 + 5 \circ 4} = \frac{4}{5}$ 이다.

15. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - ax + 2}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ 이 $x = 2$ 에서 연속이 되려면, $\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$ 이어야한다.

$\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} \frac{x^3 - ax + 2}{x - 2}$ 이 존재하여야하므로 $2^3 - a \circ 2 + 2 = 0$ 이다.

$\therefore a = 5$

따라서, $\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 5x + 2}{x - 2} = \lim_{x \to 2} x^2 + 2x - 1 = 7 = f(2)$ $\therefore b = 7$

그러므로, $a + b = 12$

16. $f(x) = (3x^2 - 1)(x^2 + x - 2)$ 에 대하여,

$f'(x) = 6x(x^2 + x - 2) + (3x^2 - 1)(2x + 1)$ 이고,

$f'(-1) = 6 \circ (-1)((-1)^2 - 1 - 2) + (3(-1)^2 - 1)(2 \circ (-1) + 1) = 10$ 이다.

17. 함수 $f(x) = 3x^2 + 4\int_0^1 f'(x)dx$ 에서, $\int_0^1 f'(x) = C$ 라 하면, $f(x) = 3x^2 + 4C$ 가 되고, $\int_0^1 6x = C$ 이므로, $C = 3$ 이다. 따라서, $f(2) = 3 \circ (2^2) + 4 \circ 3 = 24$

18. 정적분과 무한급수 사이에 다음과 같은 식

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(a+\frac{p}{n}k) \circ \frac{p}{n} = \int_0^p f(a+x)dx$$ 을

만족하므로, $y=x^2+1$과 x축, y축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n}\left\{\left(\frac{2k}{n}\right)^2+1\right\}$ 라 할 수 있다.

19. ‘민주공화국’의 다섯 글자에서 받침이 있는 글자는 민, 공, 국 세글자 이므로,
우선 양 끝에 받침이 있는 글자가 오도록 나열하고 나머지 글자를 나열하는 경우의 수는
${}_3P_2 \times 3! = 36$ 가지이다.

20. 확률변수 X의 확률 분포표에서 확률의 합은 1이므로, $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+a=1$이다.

따라서, $a=\frac{1}{6}$ 이다. 평균을 구하면, $E(X) = (-1)\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{6} = -\frac{1}{3}$ 이다.

$\therefore E(-3X+1) = -3E(X)+1 = -3\times-\frac{1}{3}+1 = 2$ 이다.