

문 1. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. $p \Rightarrow q$ 일 때, 다음 중 항상 성립하는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

4

- ① $Q \subset P$
- ② $P \cap Q = \emptyset$
- ③ $P^c \cap Q = \emptyset$
- ④ $P^c \cup Q = U$

※ 해설

$p \rightarrow q$ 이므로 $P \subset Q$ 이다.

④ $P^c \cup Q = (P \cap Q^c)^c = (P - Q)^c = \emptyset^c = U$ 이다.

문 2. 두 실수 x, y 에 대하여 $x + y = 3$, $xy = 1$ 일 때, 다항식 $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ 의 값은? 1

- ① 18
- ② 21
- ③ 24
- ④ 27

※ 해설

$$\begin{aligned}
 & (x + y)(x^2 - xy + y^2) \\
 &= (x + y)\{(x + y)^2 - 3xy\} \\
 &= 3 \times \{(3)^2 - 3 \times 1\} \\
 &= 3 \times 6 \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

문 3. 두 실수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

3

※ 해설

한 근이 $1 + 2i$ 이므로 나머지 한 근은 $1 - 2i$ 이다.

근과 계수의 관계에 의해서

$$\begin{aligned}
 (1 + 2i) + (1 - 2i) &= -a \\
 (1 + 2i)(1 - 2i) &= b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= -2 \\
 b &= 5 \\
 \therefore a + b &= 3
 \end{aligned}$$

문 4. x 에 관한 부등식 $(a - 1)x + a + b \geq 0$ 의 해가 없기 위한 b 의 값의 범위는? (단, a, b 는 실수) 2

- ① $b \geq -1$
- ② $b < -1$
- ③ $b \geq 1$
- ④ $b < 1$

※ 해설

i) $a > 1$ 일 때

$$x \geq -\frac{(a+b)}{a-1} \text{를 만족하는 해 } x \text{가 존재}$$

ii) $a < 1$ 일 때

$$x \leq -\frac{(a+b)}{a-1} \text{를 만족하는 해 } x \text{가 존재}$$

iii) $a = 1$ 일 때

$1 + b \geq 0$ 가 만족하지 않으면 해 x 가 존재하지 않으므로 $b < -1$ 에서 해 x 가 존재하지 않는다.

문 5. 좌표평면 위의 두 점 $A(3,1), B(a,b)$ 가 직선 $y=x+1$ 에 대하여 대칭일 때, $a+b$ 의 값은? 4

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

※ 해설

두 점이 직선에 대해 대칭이므로 점 A, B 의 중점은 직선 위에 존재 하여야 한다. 또한 점 A, B 를 이은 직선은 직선 $y=x+1$ 와 직교한다(수직으로 만난다).

$\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는 $(\frac{3+a}{2}, \frac{1+b}{2})$ 이다.

$$\frac{1+b}{2} = \frac{3+a}{2} + 1$$

$$1+b = 3+a+2$$

$$a-b = -4 \dots\dots (1)$$

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{1-b}{3-a}$ 이므로

$$\frac{1-b}{3-a} \times 1 = -1$$

$$1-b = a-3$$

$$a+b = 4 \dots\dots (2)$$

(1),(2) 식을 연립하여 풀면

$a=0, b=4$ 이므로 $a+b=4$ 이다.

문 6. 원 $x^2+y^2=100$ 의 내부의 한 점 $A(6,0)$ 를 지나고 그 길이가 자연수인 현의 개수는? 2

- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10

※ 해설

점 A 를 지나는 현이 최소 길이를 가질 때는 x 축과 수직일 때이고, 최대 길이를 가질 때는 x 축을 지날 때이다. 그리고 최소와 최대 길이의 현은 각각 1개씩 존재한다. 최소와 최대 길이 사이의 현들은 x 축 대칭이므로 2개씩 존재한다. 현의 최소 길이는 16이고 최대 길이는 20이다. $16 \leq \text{현의 길이} \leq 20$ (현의 길이는 실수) 이므로 길이가 자연수인 현의 개수는 8개이다.

문 7. 두 함수 $f(x) = x + a, g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 2x + 1$ 일 때, $g^{-1}(1)$ 의 값은? (단 a, b 는 상수) 3

- ① -3
- ② -2
- ③ 2
- ④ 3

※ 해설

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = a(x + a) + b \\ = ax + a^2 + b = 2x + 1$$

그러므로 $a = 2, b = -3$ 이다.

$$g^{-1}(1) = c \text{ 라 하면 } g(c) = 1 \text{ 이므로} \\ 2c - 3 = 1 \\ c = 2$$

문 8. $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ 일 때, $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta)$ 의 값은? 4

- ① $-\frac{4}{5}$
- ② $-\frac{3}{5}$
- ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{4}{5}$

※ 해설

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin \theta = -\left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{4}{5}$$

문9. 삼각형 ABC 에서 $C = 45^\circ$, $\overline{AB} = \sqrt{5}$, $\overline{AC} = \sqrt{2}$ 일 때, $\sin B$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{5}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{5}$
- ③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}}{5}$

※ 해설

$\sin$ 법칙에 의해

$$\frac{\sqrt{5}}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

문 10. 두 행렬 A, B 가

$$A + B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ 일 때,}$$

행렬 $A - 2B$ 의 모든 성분의 합은? 4

- ① -8
- ② -5
- ③ -4
- ④ -2

※ 해설

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A - 2B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

모든 성분의 합은 -2

문 11. $2^a = 20^b = 10$ 일 때, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 의 값은?

2

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2

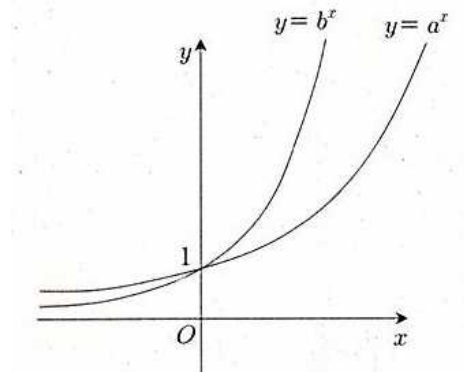
※ 해설

$$2 = 10^{\frac{1}{a}}, 20 = 10^{\frac{1}{b}}$$

$$\frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 10^{-1} = 10^{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$

$$\therefore \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -1$$

문 12. 두 지수함수 $y = a^x, y = b^x$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 세 수 $A = \log_a b, B = \log_b a, C = \log_b \frac{a}{b}$ 의 대소관계로 옳은 것은? 1



- ① $A > B > C$
- ② $A > C > B$
- ③ $B > A > C$
- ④ $C > A > B$

※ 해설

$a > 1, b > 1$ 이고 $b > a$ 이므로
 b 를 밑으로 해서 로그를 취하면 $1 > \log_b a$
 a 를 밑으로 해서 로그를 취하면 $\log_a b > 1$
 $A > 1, B < 1$ 이다.

$$C = \log_b \frac{a}{b} = \log_b a - 1 \text{ 이므로 } B > C \text{ 이다.}$$

종합하면 $A > B > C$

문 13. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \text{ 일}$$

때, a_5 의 값은? 1

- ① 121
- ② 123
- ③ 125
- ④ 127

※ 해설

점화식 중 $a_{n+1} = pa_n + q$ 에 해당하므로

$$p = 3, q = 1$$

풀이 방법은 $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ 이므로 α 를 구한다.

$$\alpha = \frac{q}{1-p} \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$a_{n+1} + \frac{1}{2} = 3(a_n + \frac{1}{2})$$

$$\left\{a_n + \frac{1}{2}\right\} = (a_1 + \frac{1}{2})3^{n-1}$$

$$a_n = (a_1 + \frac{1}{2})3^{n-1} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times 3^{n-1} - \frac{1}{2}$$

$$a_5 = \frac{3^5 - 1}{2} = \frac{242}{2} = 121$$

문 14. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 4에 수렴하고,

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + 4S_n}{4a_n + 5S_n}$ 의 값은? 2

- ① $\frac{3}{4}$
- ② $\frac{4}{5}$
- ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{4}{3}$

※ 해설

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 4 \text{ 이고}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + 4S_n}{4a_n + 5S_n} = \frac{4}{5}$$

문 15 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - ax + 2}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ 이

$x = 2$ 에서 연속이 되도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13

3

※ 해설

$x = 2$ 에서 연속이므로

$$2^3 - 2a + 2 = 10 - 2a = 0 \\ a = 5$$

$x^3 - 5x + 2$ 를 인수분해 하면

$$x^3 - 5x + 2 = (x - 2)(x^2 + 2x - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

$$2^2 + 4 - 1 = 7 = b$$

$$\therefore a + b = 12$$

문 16. 함수 $f(x) = (3x^2 - 1)(x^2 + x - 2)$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값은? 4

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10

※ 해설

곱의 미분으로

$$f'(x) = 6x(x^2 + x - 2) + (3x^2 - 1)(2x + 1) \\ f'(-1) = 12 - 4 = 8$$

문 17. 다항함수 $f(x)$ 와 그 도함수 $f'(x)$ 가 등식 $f(x) = 3x^2 + 4 \int_0^1 f'(x)dx$ 를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① 24
- ② 26
- ③ 28
- ④ 30

1

※ 해설

$$f'(x) = 6x \quad \text{이고} \quad f(x) = 3x^2 + 4 \int_0^1 f'(x)dx$$

에 대입하여 계산하면 $f(x) = 3x^2 + 12$ 이다.

$$f(2) = 3 \times 2^2 + 12 = 24$$

문 18. 다음 중 곡선 $y = x^2 + 1$ 과 x 축, y 축 및 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 나타낸 식은? 1

- ① $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ \left(\frac{2k}{n} \right)^2 + 1 \right\}$
- ② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{2k}{n} + 1 \right)^2$
- ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ \left(\frac{k}{n} \right)^2 + 1 \right\}$
- ④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} + 1 \right)^2$

※ 해설

$x = 0$ 에서 $x = 2$ 까지 n 등분 한 것을 가로로 하므로 $\frac{2}{n}$.

n 등분 한 것 중 순서를 나타내는 것이 k 이므로 세로는 $\left(\frac{2k}{n} \right)^2 + 1$. 가로는 일정하게

$$\frac{2}{n} \text{이므로 넓이는 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ \left(\frac{2k}{n} \right)^2 + 1 \right\}$$

문 19. '민주공화국'의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

- ① 12
- ② 24
- ③ 36
- ④ 48

3

※ 해설

받침이 있는 글자가 양 끝에 오는 경우는

$${}_3P_2 = 6$$

나머지 글자를 정렬하는 방법이 ${}_3P_3 = 6$ 이므로

$$6 \times 6 = 36$$

문 20. 다음은 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타낸 것이다.

X	-1	0	1	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	a	1

이 때, $E(-3X+1)$ 의 값은? 2

- ① 0
- ② 2
- ③ 4
- ④ 6

※ 해설

$$E(-3X+1) = -3E(X) + 1$$

$$E(X) = -1 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times a$$

$$a = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$E(X) = -\frac{1}{3}$$

$$-3E(X) + 1 = 2$$