

2022년 국가직 7급 자동제어 나책형 해설

01. ②	02. ②	03. ①	04. ④	05. ④	06. ②	07. ③	08. ④	09. ①	10. ①
11. ②	12. ④	13. ②	14. ②	15. ③	16. ③	17. ③	18. ②	19. ①	20. ④
21. ③	22. ②	23. ③	24. ④	25. ①					

1. 【정답】 ②

- ① 외란에 의한 영향을 제거할 수 있다.
- ② 일반적으로 시스템 파라미터의 변화에 둔감하고, 입력지시에는 민감하다.
- ③ 피드백이 있는 폐루프(closed-loop) 제어시스템은 안정한 시스템을 불안정하게 만들 수도 있다.
- ④ 개루프 제어시스템보다 구조가 복잡하고 비용이 많이 든다.

2. 【정답】 ②

문제의 보기를 살펴볼 때 가제어성표준형(위상변수형)을 나타내는 것을 알 수 있다.

$$G(s) = \frac{5}{2s^3 + 6s^2 + 8s + 10} = \frac{\frac{5}{2}}{s^3 + 3s^2 + 4s + 5} \text{이므로 가제어성 표준형으로 나타내면}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -4 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{5}{2} \end{bmatrix} u, \quad y = [1 \ 0 \ 0] x \text{ 또는}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -4 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \left[\frac{5}{2} \ 0 \ 0 \right] x \text{로 나타낼 수 있다.}$$

따라서 보기 중 상태공간방정식으로 옳은 것은 ②번이다.

3. 【정답】 ①

- ① 주파수영역에서 대역폭(bandwidth)는 주파수가 0일때의 값의 $70.7\%(= \frac{1}{\sqrt{2}})$ 또는

$$3\text{dB 떨어질 때의 주파수르 정의하므로 대역폭에서 } |M(j\omega)| = \frac{|M(j0)|}{\sqrt{2}} \text{이다.}$$

- ② $|M(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)|}$ 이므로 $|G(j\omega)| \ll 1$ 인 경우

$$|M(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)|} \cong |G(j\omega)| \text{이다.}$$

- ③ $|M(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)|}$ 이므로 $|G(j\omega)| \gg 1$ 인 경우

$$|M(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)|} \cong 1 \text{이다.}$$

- ④ $G(j\omega)$ 가 순허수이면 절점주파수에서 $|G(j\omega)| = 1$, $|1 + G(j\omega)| = |1 + j| = \sqrt{2}$
 이므로 $|M(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이다.

4. 【정답】 ④

진상보상기(lead compensator)는 PD 제어기와 동일한 효과를 가진다.

- ① 과도응답을 개선한다.
- ② 페루프시스템의 대역폭이 증가한다.
- ③ 페루프시스템의 위상여유를 개선한다.
- ④ 진상보상기 극점은 복소평면에서 항상 진상보상기 영점보다 왼쪽에 있다.

5. 【정답】 ④

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ k & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$AB = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ k & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ k \end{bmatrix} \text{이므로 가제어성 행렬 } S = [BAB] = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & k \end{bmatrix},$$

가제어성(controllability)을 만족하려면 $\det(S) = k \neq 0$

6. 【정답】 ②

전방경로에 있는 페루프 블록전도를 간단히 하면 $\frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{s}} = \frac{s}{2s+1}$

$$\text{페루프 전달함수 } \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K(s+1)}{s} \cdot \frac{s}{2s+1} \cdot \frac{1}{s^2}}{1 + \frac{K(s+1)}{s} \cdot \frac{s}{2s+1} \cdot \frac{1}{s^2}} = \frac{K(s+1)}{s^2(2s+1) + K(s+1)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K(s+1)}{2s^3 + s^2 + Ks + K} \text{이므로 극점은 3개, 영점은 1개다.}$$

$$\text{근궤적의 점근선의 각도 } \theta_a = \frac{(2k+1)}{3-1} \times 180^\circ, \quad k=0, 1 \text{이므로}$$

점근선은 $\theta_a = 90^\circ, 270^\circ$ 의 2개다.

7. 【정답】 ③

전달함수 $G(j\omega) = M(\omega) \angle \phi(\omega) = M(\omega)(\cos(\phi(\omega)) + j\sin(\phi(\omega)))$ 이므로

$A = 2 - \omega^2$, $B = 3\omega$ 으로 치환하면

$$M(\omega) = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \tan(\phi(\omega)) = \frac{-3\omega}{2 - \omega^2} = -\frac{B}{A} \text{이므로}$$

$$\cos(\phi(\omega)) = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin(\phi(\omega)) = \frac{-B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{이다.}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} - j \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) = \frac{A - jB}{A^2 + B^2} = \frac{1}{A + jB}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{2 - \omega^2 + 3j\omega} \text{이고, } s = j\omega, \quad s^2 = -\omega^2 \text{이므로}$$

$$G(s) = \frac{1}{2 + s^2 + 3s} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2} = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \text{이다. 따라서 극점은 } -1, -2 \text{이다.}$$

8. 【정답】 ④

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \text{이라하면}$$

$$\text{특성방정식 } \det(sI - A) = s^2 - (-2+6)s + (-2) \cdot 6 - 4 \cdot 1 = s^2 - 4s - 16 = 0 \text{이므로}$$

$$a = -4, \quad b = -16, \quad \frac{b}{a} = \frac{-16}{-4} = 4$$

9. 【정답】 ①

영점이 $-2, -3$ 이고, 극점이 $-1, -5$ 이므로 전달함수를 $G(s) = \frac{K(s+2)(s+3)}{(s+1)(s+5)}$ 로

나타낼 수 있다. 이때 직류 이득(DC gain)(주파수 $\omega = 0$ (직류)일 때의 이득)이 6이므로

$$G(0) = \frac{K \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 5} = 6, \quad K = 5$$

$$\text{따라서 시스템의 전달함수 } G(s) = \frac{5(s+2)(s+3)}{(s+1)(s+5)} \text{이다.}$$

10. 【정답】 ①

특성방정식 $s(s+2)(s+3) + K = 0$ 이고, 시스템이 임계 안정(marginally stable)일 때, 시스템이 순허수근을 가지므로 이때 순허수근을 $j\omega$ 라 하면

$$s^3 + 5s^2 + 6s + K = 0$$

$$(j\omega)^3 + 5(j\omega)^2 + 6j\omega + K = 0, \quad K - 5\omega^2 + j\omega(6 - \omega^2) = 0$$

$$\omega^2 = 6 \text{이므로 } K = 5\omega^2 = 5 \cdot 6 = 30$$

순허수근 $j\omega = \pm j\sqrt{6}$ 이고 세근의 곱 $-K = -30$ 이므로 다른 한 근 $\frac{-30}{6} = -5$ 이다.
따라서 특성방정식의 근 $-5, \pm j\sqrt{6}$ 이다.

11. 【정답】 ②

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\neg. s^7 + 5s^6 + 2s^5 + 4s^4 + 1 = 0$$

s^7	1	0	0	4
s^6	5	0	2	1
s^5	$0 \approx \varepsilon$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{19}{5}$	
s^4	2	$\frac{2\varepsilon - 19}{\varepsilon}$	1	
s^3	$\frac{91}{10} - \varepsilon$	$\frac{38}{10} - \frac{\varepsilon}{2}$		
s^2	$\frac{10\varepsilon^2 - 296\varepsilon + 1729}{\varepsilon(10\varepsilon - 91)} < 0$	1		
s^1	$\frac{25\varepsilon^3 + 20\varepsilon^2 - 5806\varepsilon + 32851}{5(10\varepsilon^2 - 296\varepsilon + 1729)} > 0$			
s^0	1			

부호변화의 횟수가 2번이므로 불안정하다.

$$\neg. s^5 + 3s^4 - 2s^3 + 8s^2 + 5 = 0$$

s^5	1	0	8
s^4	3	-2	5
s^3	$\frac{2}{3}$	$\frac{19}{3}$	
s^2	$-\frac{61}{2}$	5	
s^1	$\frac{393}{61}$		
s^0	5		

부호변화의 횟수가 2번이므로 불안정하다.

$$\text{ㄷ. } 2s^4 - 3s^3 - 7s^2 + 3s + 4 = 0$$

$$s^4 \quad 2 \quad -7 \quad 4$$

$$s^3 \quad -3 \quad 3$$

$$s^2 \quad -5 \quad 4$$

$$s^1 \quad \frac{3}{5}$$

$$s^0 \quad 4$$

부호변화의 횟수가 2번이므로 불안정하다.

※ 참고 : 이미 3차항의 계수가 '-3'의 음수이므로 굳이 Routh-Hurwitz 판별법을 쓰지 않아도 제어시스템이 불안정함을 알 수 있다.

$$\text{ㄹ. } s^3 + 4s^2 + 5s + 10 = 0$$

$$s^3 \quad 1 \quad 5$$

$$s^2 \quad 4 \quad 10$$

$$s^1 \quad \frac{5}{2}$$

$$s^0 \quad 10$$

부호변화가 없으므로 안정하다.

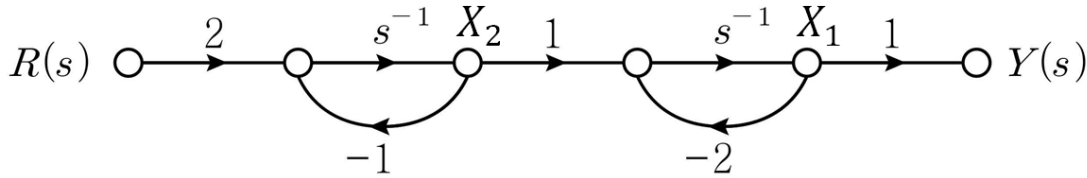
12. 【정답】 ④

$$Y(s) = \left(\frac{1}{2}R(s) - Y(s) + sR(s) \right) \cdot \frac{1}{s(2s+1)}$$

$$\left(1 + \frac{1}{s(2s+1)} \right) Y(s) = \left(s + \frac{1}{2} \right) \frac{R(s)}{s(2s+1)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(s + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{s(2s+1)}}{1 + \frac{1}{s(2s+1)}} = \frac{s + \frac{1}{2}}{s(2s+1) + 1} = \frac{2s+1}{2(2s^2+s+1)}$$

13. 【정답】 ②



그림과 같이 상태변수를 잡으면

$$X_1(s) = s^{-1}(X_2(s) - 2X_1(s)), \quad sX_1(s) = -2X_1(s) + X_2(s)$$

$$X_2(s) = s^{-1}(2R(s) - X_2(s)), \quad sX_2(s) = -X_2(s) + 2R(s)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} r$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

14. 【정답】 ②

극점 $s = -2 \pm j2\sqrt{3}$ 이므로 특성방정식 $(s+2)^2 = -12$, $s^2 + 4s + 16 = 0$

① 감쇠비(damping ratio) ζ 는 $\frac{4}{2\sqrt{16}} = \frac{1}{2}$ 이다.

② 고유주파수(natural frequency) ω_n 는 $\sqrt{16} = 4$ [rad/sec]이다.

③ 오차가 못끗값(최종값)의 2%안에 들어가는데 걸리는 정착시간(settling time)

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{2} \cong 2 \text{ [sec] 이다.}$$

④ 최고시간(peak time) T_p 는 시스템의 출력이 최대 오버슈트점에 도달하는데 걸리는

$$\text{시간으로 } T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{4\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \text{ [sec] 이다.}$$

15. 【정답】 ③

$$L(j\omega_p) = \frac{4}{j\omega_p(j\omega_p+2)^2} = \frac{4}{j\omega_p(-\omega_p^2+4j\omega_p+4)}, \quad \omega_p = 2 \text{ [rad/sec]}$$

$$L(j2) = \frac{4}{4j^2\omega_p^2} = \frac{4}{-16} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{이득여유 GM} = 20\log \frac{1}{|L(j\omega_p)|} = 20\log 4 \text{ [dB]}$$

16. 【정답】 ③

$$\text{특성방정식 } 1 + \frac{(s+a)(k_1s+k_2)}{s(s+1)} = 0, \quad s(s+1) + (s+a)(k_1s+b) = 0$$

$$s^2 + (b+1)s + ab + k_1s(s+a) = 0, \quad 1 + \frac{k_1s(s+a)}{s^2 + (b+1)s + ab} = 0$$

$$\text{극점 } s = -1 \pm j \text{이므로 } s^2 + 2s + 2 = 0$$

$$b = 1, \quad a = 2$$

$$\text{영점 } s = -2, 0 \text{이므로 } a = 2$$

$$a + b = 2 + 1 = 3$$

17. 【정답】 ③

전달함수는 모든 초기조건이 0인 상태이므로 문제에서 주어진 초깃값 행렬은 무시한다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2-5K & K^2-4 & -1 \end{bmatrix} \text{라 하면}$$

$$sI - A = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2-5K & K^2-4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 5K-2 & 4-K^2 & s+1 \end{bmatrix}$$

$$\text{전달함수의 특성방정식 } \det(sI - A) = s(s(s+1) + 4 - K^2) + 5K - 2 = 0$$

$$s^3 + s^2 + (4 - K^2)s + 5K - 2 = 0$$

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$s^3 \quad 1 \quad 4 - K^2$$

$$s^2 \quad 1 \quad 5K - 2$$

$$s^1 \quad -K^2 - 5K + 6$$

$$s^0 \quad 5K - 2$$

$$-K^2 - 5K + 6 > 0, \quad (K+6)(K-1) < 0, \quad -6 < K < 1$$

$$5K - 2 > 0, \quad K > \frac{2}{5}$$

$$\text{따라서 시스템이 안정하기 위한 } K \text{의 범위는 } \frac{2}{5} < K < 1$$

18. 【정답】 ②

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$X = \begin{bmatrix} s+1 & -2 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \begin{bmatrix} s+2 & 2 \\ 0 & s+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r$$

$$Y(s) = X_1(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s+2)} R(s) = \frac{1}{s+1} R(s)$$

$$\text{오차 } E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) \left(1 - \frac{1}{s+1} \right) \text{이므로}$$

$$\text{단위계단입력에 대한 정상상태오차 } e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \left(1 - \frac{1}{s+1} \right) = 0 \text{이다.}$$

19. 【정답】 ①

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G_p(s) \frac{\frac{K}{s(s+2)}}{1 + \frac{K}{s(s+2)} \cdot \frac{s+3}{s+0.1}} = G_p(s) \frac{K(s+0.1)}{s(s+2)(s+0.1) + K(s+3)}$$

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) \left(1 - G_p(s) \frac{K(s+0.1)}{s(s+2)(s+0.1) + K(s+3)} \right)$$

단위계단입력에 대한 정상상태 오차

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \left(1 - G_p(s) \frac{K(s+0.1)}{s(s+2)(s+0.1) + K(s+3)} \right) = 0 \text{이려면}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(s+0.1)}{s(s+2)(s+0.1) + K(s+3)} = \frac{1}{30} \text{이므로 } \lim_{s \rightarrow 0} G_p(s) = 30 \text{이어야 한다.}$$

따라서 보기 중 $\lim_{s \rightarrow 0} G_p(s) = 30$ 을 만족하는 것은 ①번 $30 + 0.1s$ 이다.

20. 【정답】 ④

문제의 보드선도에서 $20 \log |G(j\omega_p)| = -15.6$ 이므로

$$\text{이득여유 } 20 \log \frac{1}{|G(j\omega_p)|} = 15.6 \text{이다.}$$

$$\log \frac{1}{|G(j\omega_p)|} = \frac{15.6}{20} = 0.78 = \log 2 + \log 3 = \log 6 \text{이므로 } \frac{1}{|G(j\omega_p)|} = 6$$

따라서 임계 안정(marginally stable)하기 위해서는 K 가 6배 증가해야한다.

21. 【정답】 ③

$$Y(s) = \left((R(s) - (2s+1)Y(s) - (s+5)Y(s)) \cdot \frac{1}{s+2} - Y(s) \right) \cdot \frac{1}{s+5}$$

$$\left(s+5 + \frac{2s+1}{s+2} + \frac{s+5}{s+2} + 1 \right) Y(s) = (s+9)Y(s) = \frac{1}{s+2} R(s)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(s+2)(s+9)}, \quad Y(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+9)}$$

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+9} \text{로 놓으면}$$

$$A = \frac{1}{2 \cdot 9} = \frac{1}{18}, \quad B = \frac{1}{(-2) \cdot (-2+9)} = -\frac{1}{14}, \quad C = \frac{1}{(-9) \cdot (-9+2)} = \frac{1}{63}$$

따라서 역변환하면 $y(t) = \frac{1}{18} - \frac{1}{14}e^{-2t} + \frac{1}{63}e^{-9t}$ 이다.

22. 【정답】 ②

ㄱ. 전방경로이득 : $8 \cdot s^{-1} \cdot 1 \cdot s^{-1} \cdot 1 = 8s^{-2}$, $1 \cdot s^{-1} \cdot 1 = s^{-1}$

루프이득 : $s^{-1} \cdot 1 \cdot s^{-1} \cdot (-8) = -8s^{-2}$, $s^{-1} \cdot (-6) = -6s^{-1}$

루프 $-8s^{-2}$, $-6s^{-1}$ 은 서로 접촉이고,

전방경로 $8s^{-2}$, s^{-1} 와 비접촉인 루프는 없으므로

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{8s^{-2} + s^{-1}}{1 - (-8s^{-2} - 6s^{-1})} = \frac{s+8}{s^2+6s+8}$$

ㄴ. 전방경로이득 : $1 \cdot s^{-1} \cdot 1 \cdot s^{-1} \cdot 8 = 8s^{-2}$, $1 \cdot s^{-1} \cdot 1 \cdot 1 = s^{-1}$

루프이득 : $s^{-1} \cdot (-2) = -2s^{-2}$, $s^{-1} \cdot (-4) = -4s^{-1}$

루프 $-2s^{-1}$ 과 $-4s^{-1}$ 은 서로 비접촉이고,

전방경로 $8s^{-2}$, s^{-1} 와 비접촉인 루프는 없으므로

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{8s^{-2} + s^{-1}}{1 - (-2s^{-1} - 4s^{-1}) + ((-2s^{-1}) \cdot (-4s^{-1}))} = \frac{s+8}{s^2(1+6s^{-1}+8s^{-2})} \\ &= \frac{s+8}{s^2+6s+8} \end{aligned}$$

ㄷ. 전방경로이득 : $1 \cdot s^{-1} \cdot s^{-1} \cdot 8 = 8s^{-2}$, $1 \cdot s^{-1} \cdot 1 = s^{-1}$

루프이득 : $s^{-1} \cdot (-2) = -2s^{-1}$, $s^{-1} \cdot s^{-1} \cdot (-4) = -4s^{-2}$

루프 $-2s^{-1}$ 과 $-4s^{-2}$ 은 서로 접촉이고,

전방경로 $8s^{-2}$, s^{-1} 와 비접촉인 루프는 없으므로

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{8s^{-2} + s^{-1}}{1 - (-2s^{-1} - 4s^{-2})} = \frac{s+8}{s^2+2s+4}$$

ㄹ. 전방경로이득 : $1 \cdot s^{-1} \cdot 3 = 3s^{-1}$, $1 \cdot s^{-1} \cdot (-2) = -2s^{-1}$

루프이득 : $s^{-1} \cdot (-2) = -2s^{-1}$, $s^{-1} \cdot s^{-1} \cdot (-4) = -4s^{-1}$

루프 $-2s^{-1}$ 과 $-4s^{-2}$ 은 서로 비접촉이고,

전방경로 $3s^{-1}$ 과 루프 $-4s^{-1}$ 는 비접촉,

전방경로 $-2s^{-1}$ 과 루프 $-2s^{-1}$ 은 비접촉이므로

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{3s^{-1}(1+4s^{-1}) - 2s^{-1}(1+2s^{-1})}{1 - (-2s^{-1} - 4s^{-1}) + ((-2s^{-1}) \cdot (-4s^{-1}))} = \frac{s+8}{s^2+6s+8}$$

23. 【정답】 ③

- ① z_1, z_2, p_1, p_2, p_3 모두 양수이면 우반평면에 있는 극점이 존재하므로 $G(s)$ 는 불안정하다.
- ② $G(s)$ 의 안정도는 해당 극점의 위치에 의해서 결정된다.
- ③ p_1, p_2, p_3 모두 양의 실수부를 갖고 있으면, $G(s)$ 는 불안정하다.
- ④ $G(s)$ 가 불안정한 극점을 갖고 있는 경우라도 제어대상으로 사용하는 것은 가능하다.
(제어기를 활용하여 안정하도록 특성방정식 근의 위치를 조정할 수 있다.)

24. 【정답】 ④

$$\text{위상여유에서 } G(j\omega_g) = \frac{aj\omega_g + 1}{-\omega_g^2} = -\frac{1}{\omega_g^2} - j\frac{a}{\omega_g}$$

$$\text{위상여유가 } 60^\circ \text{ 이므로 } \frac{\frac{a}{\omega_g}}{\frac{1}{\omega_g^2}} = a\omega_g = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$|G(j\omega_g)| = \left| \frac{aj\omega_g + 1}{-\omega_g^2} \right| = \frac{\sqrt{(a\omega_g)^2 + 1}}{\omega_g^2} = 1 \text{ 이므로 } \omega_g^2 = \sqrt{(a\omega_g)^2 + 1} = 2$$

$$\omega_g = \sqrt{2} \text{ [rad/sec]}, a = \frac{\sqrt{3}}{\omega_g} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

25. 【정답】 ①

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} ([-k_1 - k_2]x + r)$$

$$\dot{x} = \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} \right) x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 - k_1 & -4 - k_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$X = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 2 + k_1 & s + 4 + k_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r = \frac{1}{s^2 + (4 + k_2)s + 2 + k_1} \begin{bmatrix} s + 4 + k_2 & 1 \\ -2 - k_1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$Y(s) = X_1(s) = \frac{1}{s^2 + (4 + k_2)s + 2 + k_1} R(s)$$

단위계단입력에 대한 정상상태 출력

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s^2 + (4 + k_2)s + 2 + k_1} = \frac{1}{2 + k_1}$$

$$\text{정상상태 오차 } 1 - \frac{1}{2 + k_1} = 0.9 \text{ 이므로 } k_1 = 8$$

따라서 보기 중 만족하는 값은 ①번이다.