

## 2022년 서울시 지적직 9급 수학 A책형 해설

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 01. ② | 02. ② | 03. ③ | 04. ① | 05. ④ | 06. ③ | 07. ② | 08. ② | 09. ③ | 10. ③ |
| 11. ① | 12. ③ | 13. ④ | 14. ① | 15. ① | 16. ① | 17. ④ | 18. ② | 19. ② | 20. ④ |

### 1. 【정답】 ②

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^2}{x} = 2$ 로부터  $f(x) = 3x^2 + 2x + C$ 로 나타낼 수 있다.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{(x-1)f(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)f(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{f(x)} = 1$ 이므로  $f(1) = 4$ 임을 알 수 있다.

$$f(1) = 3 + 2 + C = 4, \quad C = -1$$

$$f(0) = C = -1$$

### 2. 【정답】 ②

$x - y = 2k, \quad 2x + y = 7k$ 로부터  $x = 3k, \quad y = k$

$$\frac{x^3 - 3y^2}{x + y} = \frac{27k^3 - 3k^2}{4k} = 1$$

$$27k^3 - 3k^2 - 4k = 0, \quad k(3k+1)(9k-4) = 0$$

$$k = -\frac{1}{3}, 0, \frac{4}{9}$$

$k = 0$ 일 때는  $\frac{x^3 - 3y^2}{x + y}$ 의 분모가 0이 되므로  $\frac{x^3 - 3y^2}{x + y} = 1$ 을 만족하는  $k$ 값의 개수는 2개다.

### 3. 【정답】 ③

$$\int_0^1 x e^x dx = [x e^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - [e^x]_0^1 = e - (e - 1) = 1$$

### 4. 【정답】 ①

확률변수  $X$ 는 이항분포  $B\left(3, \frac{1}{2}\right)$ 를 따르므로

$$E(X) = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \quad V(X) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$E(Y) = aE(X) + b = \frac{3}{2}a + b = 0$$

$$V(Y) = a^2 V(X) = \frac{3}{4}a^2 = 3, \quad a = \pm 2$$

$a = 2$ 일 때  $b = -3$ ,  $a = -2$ 일 때  $b = 3$   
따라서  $a + b$ 의 최댓값은  $-2 + 3 = 1$ 이다.

5. 【정답】 ④

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+b}{\sqrt{x+7}-3} = f(2) = -4 + a$ 이어야 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+7}-3) = 0$ 이므로  $\lim_{x \rightarrow 2} (x+b) = 0$ 에서  $b = -2$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)}{x-2} = 6 = -4 + a$

$a = 10$

$a + b = 10 - 2 = 8$

6. 【정답】 ③

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \{f(2x-2h) - f(2x+h)\} = (-2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2x-2h) - f(2x)}{-2h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2x+h) - f(2x)}{h}$

$= -2f'(2x) - f'(2x) = -3f'(2x) = 4x^2 - 4x - 5$

$-3f'(1) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} - 5 = 1 - 2 - 5 = -6$

$f'(1) = 2$

7. 【정답】 ②

$(\alpha^2 - 1)(\beta^2 - 1) = (\alpha\beta)^2 - (\alpha^2 + \beta^2) + 1 = (\alpha\beta)^2 - (\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta + 1 = 12$

$3^2 - (-a)^2 + 2 \cdot 3 + 1 = 12$ ,  $a^2 = 4$

따라서 양수  $a$ 의 값은 2이다.

8. 【정답】 ②

모든 실수  $x$ 에 대하여  $(a-1)x^2 + ax + a \leq 0$ 을 만족하므로

$a-1 < 0$ ,  $D = a^2 - 4 \cdot (a-1) \cdot a = -3a^2 + 4a \leq 0$

$-3a\left(a - \frac{4}{3}\right) \leq 0$ ,  $a \leq 0$  또는  $a \geq \frac{4}{3}$

$a < 1$ 이므로 최종범위는  $a \leq 0$

방정식  $x^2 - ax + a^2 - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$D = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 - 3) = -3a^2 + 12 > 0$ ,  $a^2 - 4 < 0$

$-2 < a < 2$

최종범위는  $-2 < a \leq 0$ 이므로 정수  $a$ 는  $-1, 0$ 의 2개다.

9. 【정답】 ③

$$-x^2 + 4x = 2x \text{에서 } x = 0, 2$$

$$\text{넓이} = \int_0^2 \{(-x^2 + 4x) - 2x\} dx = \left[ -\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 = -\frac{8}{3} + 4 = \frac{4}{3}$$

10. 【정답】 ③

$$y' = 3x^2 - 4x \text{에서 } 3x^2 - 4x = 4$$

$$(3x+2)(x-2)=0, \quad x = -\frac{2}{3}, 2$$

$$1) \quad x = -\frac{2}{3} \text{일 때}$$

$$y_{x=-\frac{2}{3}} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + a = a - \frac{32}{27}$$

$$y - \left(a - \frac{32}{27}\right) = 4\left(x + \frac{2}{3}\right), \quad y = 4x + a + \frac{40}{27}$$

$$3a = a + \frac{40}{27}, \quad a = \frac{20}{27}$$

$$\frac{5m}{a} = \frac{20}{\frac{20}{27}} = 27$$

$$2) \quad x = 2 \text{일 때}$$

$$y_{x=2} = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + a = a$$

$$y - a = 4(x - 2), \quad y = 4x + a - 8$$

$$3a = a - 8 \text{에서 } a = -4$$

$a$ 가 양수라는 조건을 만족하지 못하므로  $x = 2$ 는 될 수 없다.

11. 【정답】 ①

$$\sin^2 x = \cos^2 x - \cos x$$

$$1 - \cos^2 x = \cos^2 x - \cos x$$

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$(2\cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}, 1 \text{이므로 } x = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi, 0$$

$$\frac{2}{3}\pi + \frac{4}{3}\pi + 0 = 2\pi$$

12. 【정답】 ③

구슬과 유리병이 구별되지 않으므로 자연수 10을 5개의 자연수로 분할하는 경우와 같다.

$$\begin{aligned} 10 &= 6 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 4 + 3 + 1 + 1 + 1 \\ &= 4 + 2 + 2 + 1 + 1 = 3 + 3 + 2 + 1 + 1 = 3 + 2 + 2 + 2 + 1 \\ &= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \end{aligned}$$

총 7가지이다.

13. 【정답】 ④

$$\int_2^k (2t - 4) dt = 49$$

$$[t^2 - 4t]_2^k = k^2 - 4 - 4(k - 2) = 49$$

$$k^2 - 4k - 45 = 0, (k - 9)(k + 5) = 0$$

$$k > 2 \text{이므로 } k = 9$$

14. 【정답】 ①

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 9$$

$$\text{두 근의 곱 } \alpha(\alpha + 2) = \frac{9}{3} = 3$$

$$\alpha^2 + 2\alpha - 3 = 0, (\alpha + 3)(\alpha - 1) = 0$$

$$\alpha > 0 \text{이므로 } \alpha = 1$$

$$\text{두 근의 합 } 2\alpha + 2 = 4 = -\frac{2a}{3}, a = -6$$

15. 【정답】 ①

$$x = \frac{-1 + \sqrt{15}i}{2}, (2x + 1)^2 = -15$$

$$4x^2 + 4x + 16 = 0, x^2 + x + 4 = 0$$

$$x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 11x + 12 \text{를 } x^2 + x + 4 \text{로 나누면 } x^2 + 2x + 3 \text{이므로}$$

$$x^2 + 2x + 3 = 0 \text{의 근은 } (x + 1)^2 = -2 \text{에서 } x = -1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 보기 중 해당하는 것은 ①번  $-1 + \sqrt{2}i$ 이다.

16. 【정답】 ①

$$\{(A \cap B)^c \cap (B - A)\} = B - A = \{2\} \text{이므로}$$

$$x^2 - 5 = 4x \text{ 또는 } x^2 - 5 = x + 1 \text{이다.}$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0, (x - 5)(x + 1) = 0$$

$$x = 5 \text{인 경우 } A = \{20, 6\}, B = \{2, 20\} \text{이므로 } A \cap B = \{20\}$$

$x = -1$ 인 경우  $A = \{-4, 0\}$ ,  $B = \{2, -4\}$ 이므로  $A \cap B = \{-4\}$   
 $x = 3$ 인 경우  $A = \{12, 4\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ 이므로  $A \cap B = \{4\}$   
 $x = -2$ 인 경우  $A = \{-8, -1\}$ ,  $B = \{2, -1\}$ 이므로  $A \cap B = \{-1\}$   
따라서 ①번  $-8$ 은  $A \cap B$ 의 원소가 될 수 없다.

17. 【정답】 ④

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$$

직선  $y = x + a$ 와 원의 중심  $(1, -2)$ 사이의 거리가 반지름  $\sqrt{2}$ 보다 작아야한다.

$$\frac{|1+2+a|}{\sqrt{2}} < \sqrt{2}, \quad |a+3| < 2, \quad -5 < a < -1$$

직선  $y = x + a$ 와 점  $(1, -1)$ 사이의 거리가  $\sqrt{2}$ 보다 크므로

$$\frac{|1+1+a|}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}, \quad |a+2| > 2, \quad a < -4 \text{ 또는 } a > 0$$

따라서 최종범위는  $-5 < a < -4$ 이므로 보기 중 가능한  $a$ 의 값은 ④번  $-\frac{9}{2}$ 이다.

18. 【정답】 ②

두 직선의 방향벡터가 각각  $(1, 3)$ ,  $(2, 1)$ 이므로

$$\text{내적 } 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = \sqrt{10} \cdot \sqrt{5} \cdot \cos\theta \text{에서 } \cos^2\theta = \frac{1}{2}$$

19. 【정답】 ②

$$25^x = 9 \text{에서 } 3^{\frac{2}{x}} = 25$$

$$\sqrt{10^y} = 3 \text{에서 } 3^{\frac{2}{y}} = 10, \quad 3^{\frac{4}{y}} = 100$$

$$\left(\frac{16}{9}\right)^z = 9 \text{에서 } 9^{\frac{1}{z}} = \frac{16}{9}, \quad 3^{\frac{1}{z}} = \frac{4}{3}$$

$$3^{\frac{2}{x} - \frac{4}{y} + \frac{1}{z}} = \frac{25}{100} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \text{이므로 } \frac{2}{x} - \frac{4}{y} + \frac{1}{z} = -1 \text{이다.}$$

20. 【정답】 ④

첫째항을  $a$ , 공차를  $d$ 라 하면

$$a_1 + a_3 + a_5 = 3a + 6d = 111$$

$$a_2 + a_4 + a_6 = 3a + 9d = 102$$

$$3d = -9, \quad d = -3$$

$$a = 43$$

$a_n = 43 - 3(n - 1) = 46 - 3n$ 이므로  $46 - 3n < 0$ 에서  $n > \frac{46}{3} = 15.XXX$ 이므로 처음으로 음이 되는 항은 16번째 항이다.