

## 2018년 제3차 경찰공무원(순경) 수학 해설

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 01. ① | 02. ② | 03. ② | 04. ④ | 05. ④ | 06. ① | 07. ③ | 08. ① | 09. ③ | 10. ④ |
| 11. ① | 12. ④ | 13. ④ | 14. ② | 15. ② | 16. ① | 17. ③ | 18. ② | 19. ③ | 20. ③ |

### 1. 【정답】 ①

$$x^3 + ax^2 + bx - 2 = (x + c)(x + 1)^2$$

양변의 상수항을 비교하면  $c = -2$

$$(x - 2)(x + 1)^2 = (x - 2)(x^2 + 2x + 1) = x^3 - 3x - 2$$

$$a = 0, \quad b = -3$$

$$a + b + c = 0 - 3 - 2 = -5$$

### 2. 【정답】 ②

$$(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 - 1) = (x^4 - 1)(x^4 + 1) = x^8 - 1$$

$$x^8 - 1 = 100 - 1 = 99$$

### 3. 【정답】 ②

$$f(x) = (3x - 2)Q(x) + r,$$

$$xf(x) = x(3x - 2)Q(x) + rx$$

$$xf(x) = 3x\left(x - \frac{2}{3}\right)Q(x) + rx$$

따라서  $xf(x)$ 를  $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 으로 나눈 나머지는  $\frac{2}{3}r$

### 4. 【정답】 ④

두 근의 합  $a$ , 두 근의 곱 12이므로 가능한 순서쌍은

$(1, 12), (2, 6), (3, 4)$ 의 세 가지이다.

따라서 실수  $a$ 값의 합은  $13 + 8 + 7 = 28$

### 5. 【정답】 ④

$$z = \frac{2i}{1+i} = \frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = i(1-i) = 1+i$$

$$z - 1 = i, \quad z^2 - 2z + 1 = -1, \quad z^2 - 2z + 2 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 + 2z = 0$$

$$z^3 - z^2 + 4 = 2z^2 - 2z - z^2 + 4 = z^2 - 2z + 4 = 2$$

6. 【정답】 ①

$f(x) = -x^2 + 6x + a = -(x-3)^2 + a + 9$ 이므로 최댓값은  $x=3$ 일 때  $a+9=12$ 이다.

$$a=3$$

최솟값은  $x=-1$  또는  $x=7$ 일 때이므로 최솟값  $f(7) = -16 + 12 = -4$

7. 【정답】 ③

$$\overline{PQ} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

따라서 삼각형 CPQ는 직각이등변 삼각형이므로

사각형 CQRP의 넓이는  $\frac{\sqrt{34} \times \sqrt{34}}{2} = 17$  (마름모의 넓이)

8. 【정답】 ①

$$\frac{y-1}{x} = k, \quad y = kx + 1$$

기울기  $k$ 가 최대가 될 때는  $\left(1, \frac{7}{2}\right)$ 를 지날 때이므로

$$k+1 = \frac{7}{2}, \quad k = \frac{5}{2}$$

9. 【정답】 ③

16의 네제곱근 중 실수인 것은  $a=2$ 개다.

$-8$ 의 세제곱근 중 실수인 것의 개수는  $b=1$ 개다.

$$a+b=2+1=3$$

10. 【정답】 ④

$$\log_{20}30 = \frac{\log_230}{\log_220} = \frac{1+\log_23+\log_25}{2+\log_25}$$

$$\log_25 = (\log_23)(\log_35) = ab \text{이므로 } \log_{20}30 = \frac{1+a+ab}{2+ab}$$

11. 【정답】 ①

$$a_1 = 1 - a_1, \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = 1 - (n+1)a_{n+1} - (1 - na_n) = -(n+1)a_{n+1} + na_n$$

$$(n+2)a_{n+1} = na_n$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n}{n+2}$$

$$\frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} \times \frac{3}{5} \times \dots \times \frac{n-1}{n+1} = \frac{2}{n(n+1)}$$

$$\frac{a_n}{a_1} = \frac{2}{n(n+1)}, \quad a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$$

$$p+q=11+10=21$$

12. 【정답】 ④

$$b_n = na_n + \frac{3n^2-2}{2n+1} \text{ 에서 } a_n = \frac{1}{n} \left( b_n - \frac{3n^2-2}{2n+1} \right) \text{ 이므로}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( b_n - \frac{3n^2-2}{2n+1} \right) = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 - a_n + 1) = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 1 = \frac{19}{4}$$

13. 【정답】 ④

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 4 \text{ 이므로 } f(0) = 0 \text{ 이고 } x^2 \text{ 을 인수로 가지며}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x-2} = -8 \text{ 이므로 } f(2) = 0 \text{ 이고 } x-2 \text{ 를 인수로 가진다.}$$

$$f(x) = ax^2(x-2)$$

$$-2a = 4, \quad a = -2$$

$$f(-2) = (-2) \cdot 2^2 \cdot (-4) = 32$$

14. 【정답】 ②

$$f'(x) = -2x + 2f'(1)$$

$$f'(1) = -2 + 2f'(1), \quad f'(1) = 2$$

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5, \quad f(1) = -1 + 4 + 5 = 8$$

15. 【정답】 ②

$$x \geq 0 \text{ 일 때 } f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b, \quad f'(1) = 3 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + a + b = -1$$

$$a = -1, \quad b = -1$$

$$x < 0 \text{ 일 때 } f(x) = -x^3 + x^2 + x$$

$$f'(x) = -3x^2 + 2x + 1 = -(3x+1)(x-1)$$

$$\text{따라서 극소는 } x = -\frac{1}{3} \text{ 일 때 } f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = -\frac{5}{27}$$

16. 【정답】 ①

$$f(x) = x^3 + 6x \text{는 원점대칭이므로 } \int_{-2}^0 f(x)dx = -\int_0^2 f(x)dx \text{이고}$$

$$g(x) = x^2 + 4 \text{는 } y \text{축 대칭이므로 } \int_{-2}^0 g(x)dx = \int_0^2 g(x)dx \text{이다.}$$

따라서 주어진 식은 0이 된다.

17. 【정답】 ③

$$0 = 1 + a - 2a, \quad a = 1$$

양변을 미분하면

$$f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2$$

$$f(2) = 32 + 12 - 2 = 42$$

18. 【정답】 ②

$${}_5C_r (ax^2)^r \left(\frac{1}{x}\right)^{5-r} = {}_5C_r a^r x^{3r-5}$$

$$3r - 5 = 4, \quad r = 3$$

$${}_5C_3 a^3 = 80, \quad 10a^3 = 80$$

$$a = 2$$

19. 【정답】 ③

$$x = -\frac{b}{a} \text{이므로 구하는 경우는 } b = a, \quad b = 2a \text{인 경우이다.}$$

$b = a$ 인 경우는 6가지,  $b = 2a$ 인 경우는 3가지

$$\frac{6+3}{36} = \frac{1}{4}$$

20. 【정답】 ③

$X$ 는 정규분포  $n(170, 20^2)$ 을 따르므로

$\bar{X}$ 는 정규분포  $n\left(170, \frac{20^2}{100}\right) = n(170, 2^2)$ 을 따른다.

$$P(\bar{X} \geq 175) = P\left(Z \geq \frac{175-170}{2}\right) = P(Z \geq 2.5) = 0.5 - 0.4938 = 0.0062$$