번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
정답	④	③	③	①	④	②	①	④	③	①	②	③	③	①	①	④	④	②	①	④

해설

1. $$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}k^6}{\sum_{k=1}^{n}k^2\times\sum_{k=1}^{n}k^3}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}k^6\times\frac{1}{n^7}}{\sum_{k=1}^{n}k^2\times\frac{1}{n^3}\times\sum_{k=1}^{n}k^3\times\frac{1}{n^4}}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}(\frac{k}{n})^6\times\frac{1}{n}}{\sum_{k=1}^{n}(\frac{k}{n})^2\times\frac{1}{n}\times\sum_{k=1}^{n}(\frac{k}{n})^3\times\frac{1}{n}}$$

정적분의 정의에 의해

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}(\frac{k}{n})^6\times\frac{1}{n}}{\sum_{k=1}^{n}(\frac{k}{n})^2\times\frac{1}{n}\times\sum_{k=1}^{n}(\frac{k}{n})^3\times\frac{1}{n}}=\frac{\int_0^1 x^6dx}{\int_0^1 x^2dx\times\int_0^1 x^3dx}=\frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}}=\frac{12}{7}$$

$\therefore 7A=7\times\frac{12}{7}=12$

답: ④

2.

p: $(x-3)(x+2)\geq 0$,　　$x\geq 3$, $x\leq -2$

q: $|x-8|<a$,　　$8-a<x<8+a$

p가 필요조건이 되는 자연수 a의 범위는

$8-a\geq 3$,　$a\leq 5$

따라서 a의 최댓값은 5이다.

답: ③

3.

$\log x=-\frac{3}{2}$일 때

x^3은 소수점 아래 a째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나므로

$-a\leq \log x^3<-a+1$

$\Rightarrow -a\leq 3\log x<-a+1$

$\Rightarrow \frac{9}{2}\leq a<\frac{11}{2}$

마찬가지로 x^5은 소수점 아래 b째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나므

로

$-b \leq \log x^5 < -b+1$

$\Rightarrow -b \leq 3\log x < -b+1$

$\Rightarrow \frac{15}{2} \leq b < \frac{17}{2}$

a, b는 정수이므로 $a=5$, $b=8$이고 $a+b=13$이다.

답: ③

4. 점 $(3,1)$에서 원 $x^2+y^2-2x-8y+16=0$에 그은 접선의 방정식을 직선 $y-1=m(x-3)$라 하면 원의 방정식과 접선의 방정식을 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$(x-1)^2+(y-4)^2=1$

$mx-y-3m+1=0$

직선 $mx-y-3m+1=0$과 원 $(x-1)^2+(y-4)^2=1$ 사이의 거리를 구하면

$\frac{|-2m-3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1$, $3m^2+12m+8=0$

근과 계수의 법칙에 의해

$\therefore m_1+m_2=-4$

답: ①

5. 점 $P(a,b)$은 유리함수 $y=\frac{1}{x}(x>0)$위에 있으므로 $b=\frac{1}{a}$ $\Rightarrow$ $ab=1$

직선 $y=-x$와 점 P사이의 거리를 a, b로 나타내면

$\frac{|a+b|}{\sqrt{1^2+1^2}}=3$, $(a+b)^2=18$

따라서 $a^2+b^2=18-2ab$ $=18-2 \cdot 1$ $=16$

답: ④

6. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{16}} \times \sqrt{\sqrt[3]{16}}$

$=(16^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}} \times (16^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}$

$=16^{\frac{1}{12}} \times 16^{\frac{1}{6}}$

$= 16^{\frac{1}{4}}$

$= 2$

답: ②

7. $X = 2A + 3(A + 2B)$

$= 5A + 6B$

$= 5(3x^2 + 2xy + 6y^2) + 6(x^2 - xy + 5y^2)$

$= 21x^2 + 4xy + 60y^2$

$\therefore a + b + c = 21 + 4 + 60 = 85$

답: ①

8. 삼차방정식 $x^3 - x^2 - 6x + 2 = 0$에서 근과 계수의 법칙에 의해 세 근 α, β, γ 은

$\alpha + \beta + \gamma = 1$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -6$, $\alpha\beta\gamma = -2$ 을 만족시킨다.

$\therefore (\alpha - 1)(\beta - 1)(\gamma - 1) = \alpha\beta\gamma - (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + (\alpha + \beta + \gamma) - 1$

$= -2 - (-6) + 1 - 1$

$= 4$

답: ④

9. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n - \frac{3n+5}{n+1}\right) = 1$이므로, *(수렴하므로) $\lim_{n\to\infty}\left(a_n - \frac{3n+5}{n+1}\right) = 0$

$\lim_{n\to\infty} a_n - \lim_{n\to\infty} \frac{3n+5}{n+1} = \lim_{n\to\infty} a_n - 3 = 0$, $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$

$\lim_{n\to\infty}(a_n^2 + 2a_n) = (\lim_{n\to\infty} a_n)^2 + 2(\lim_{n\to\infty} a_n)$

$= 3^2 + 2 \times 3 = 15$

답: ③

10. $f^{-1}(6) = 4 \Rightarrow f(4) = 6$, $g^{-1}(3) = a \Rightarrow g(a) = 3$

$f(4) = 2g(1) = 6$, $g(1) = 3$

함수 g는 일대일대응이므로 $a = 1$이다.

$\therefore g^{-1}(3) = a = 1$

답: ①

11. 확률변수 $Z=\dfrac{X-11}{3}=\dfrac{Y-12}{4}$은 표준정규분포 $N(0,1)$을 따른다.

이때 $P(X \leq k)=P(Z \leq \dfrac{k-11}{3})$이고 $P(Y \geq 2k)=P(Z \geq \dfrac{2k-12}{4})$이므로

$P(Z \leq \dfrac{k-11}{3})=P(Z \geq \dfrac{2k-12}{4})$에서

$-(\dfrac{k-11}{3})=\dfrac{2k-12}{4}$

$\therefore k=8$

답: ②

12. $P(A^c)=\dfrac{3}{5}$, $P(B^c|A)=\dfrac{1}{3}$에서

$P(A)=1-P(A^c)=\dfrac{2}{5}$, $P(B|A)=1-P(B^c|A)=\dfrac{2}{3}$이므로

$P(A \cap B)=P(A)\times P(B|A)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{15}$

답: ③

13.

$f(x-2)+3$을 x^2-6x+5로 나누었을 때의 나머지를 $ax+b$라 하자 (a,b는 상수)

$f(x+1)-2=Q(x)(x^2-4)$에서

양변에 ± 2을 대입하면

$f(3)=2$, $f(-1)=2$

$f(x-2)+3=Q_2(x^2-6x+5)+ax+b$

x에 5을 대입하면

$5a+b=f(3)+3=5$ $\cdots\cdots$①

x에 1을 대입하면

$a+b=f(-1)+3=5$ $\cdots\cdots$②

①과 ②을 연립하여

a, b의 값을 구하면 $a=0$, $b=5$, 따라서 나머지는 5이다.

답: ③

14. 동전 한 개를 던져 얻는 점수를 확률변수 X라 할 때

$E(X)=\frac{1}{2}\times 3+\frac{1}{2}\times(-1)=1$

따라서 10번 시행했을 때 얻은 점수의 기댓값은

$\therefore 10\times E(X)=10$

답: ①

15. 4명의 어린이를 각각 A, B, C, D라 하면 4명의 어린이중 한명이 사탕을 받지 않고 나머지 3명에게 1개 이상의 사탕을 나누어주는 방법의 수를 구하면

(i) 같은 종류의 사탕 6개를 4개, 1개, 1개로 3명에게 나누어줄 때

$4\times\frac{3!}{2!}=12$

(ii) 같은 종류의 사탕 6개를 3개, 2개, 1개로 3명에게 나누어줄 때

$4\times 3!=24$

(iii) 같은 종류의 사탕 6개를 2개, 2개, 2개로 3명에게 나누어줄 때

$4\times\frac{3!}{3!}=4$

$\therefore 12+24+4=40$

답: ①

16.

$\begin{cases} 2x^2+xy-y^2=0 \\ x^2-y^2=-3 \end{cases}$ 을 만족하는 실수 x, y에 대하여

$2x^2+xy-y^2=(2x-y)(x+y)=0$

(i) $2x-y=0$일 때

$x^2-y^2=x^2-(2x)^2=-3$
$\therefore x=1$, $y=2$ 혹은 $x=-1$, $y=-2$

(ii) $x+y=0$일 때
$x^2-y^2=0\neq -3$에서 성립하지 않으므로
x, y값은 존재하지 않는다.

따라서 (i)의 경우에 의해 $xy=2$

답: ④

17.

함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+2x-1 & (x<k) \\ -\dfrac{3}{2}x^2+12x-11 & (x\geq k) \end{cases}$가 연속이기 위해서 $\lim_{x\to k-}f(x)=f(k)$이어야 하므로

$k^2+2k-1=-\dfrac{3}{2}k^2+12k-11$

$\dfrac{5}{2}k^2-10k+10=0$

$\Rightarrow k=2$
$\Rightarrow f(1)=2$, $f(2)=7$
$\therefore k+f(1)+f(2)=2+2+7=11$

답: ④

18.

(i) $2x-1\geq 0$일 때
$2x-1>x^2-3x-1$
$x^2-5x<0$
$\Rightarrow 0<x<5$
$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\leq x<5$

(ii) $2x-1<0$일 때

$-(2x-1) > x^2-3x-1$

$(x-2)(x+1) < 0$

$\Rightarrow -1 < x < 2$

$\Rightarrow -1 < x < \frac{1}{2}$

따라서 (i)과 (ii)를 만족시키는 x의 값은 0, 1, 2, 3, 4로 5개이다.

답: ②

19. a값을 구하기 위해 $\sum_{X=0}^{3} P(X=x) = \frac{1}{3}+\frac{1}{2}+0+a=1$

$a=\frac{1}{6}$

$E(X) = 0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{2}+2\times 0+3\times\frac{1}{6}=1$

$E(X^2) = 0\times\frac{1}{3}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times 0+3^2\times\frac{1}{6}=2$

$V(X) = E(X^2)-(E(X))^2 = 2-1^2 = 1$

답: ①

20. 각각의 a_n에 대해 수렴 여부를 확인하기 위해 $\lim\limits_{n\to\infty}$을 취한다.

ㄱ. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1} = 0$ $\cdots\cdots$(O)

ㄴ. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+(-1)^n}{2}$ $\cdots\cdots$(x) 발산

ㄷ. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \begin{cases} 0 & (n\text{은 홀수}) \\ \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} & (n\text{은 짝수}) \end{cases}$

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} = 0$이므로 $n\to\infty$에 대하여 a_n은 0으로 수렴한다.

따라서 ㄷ.은 수렴한다. $\cdots\cdots$(O)

$\therefore$ ㄱ, ㄷ

답: ④