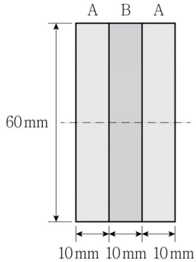
2021년 지방직 7급 응용역학

by 토슬라

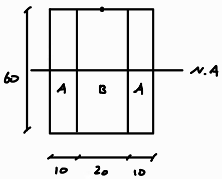
문 1. 그림과 같이 두 개의 다른 재료 A, B로 구성된 합성단면에 6 kN · m의 휨모멘트가 수평 도심축에 작용할 때, 발생하는 최대 휨응력의 크기[MPa]는? (단, 재료 B의 탄성계수는 재료 A의 2배이고 재료 A, B는 완전하게 결합되어 휨 거동을 할 때 접촉면에서 미끄러짐이 발생하지 않는다)



① 250
② 300
③ 500
④ 600

Sol)

1. 환산단면법



$n = \frac{E_B}{E_A} = 2$

∴ B의 폭 2배.

$I = \frac{1}{12} \cdot 40 \cdot 60^3 \ mm^4$

$M = 6 \times 10^6 \ N \cdot mm$

2. 최대응력 (σ_{max})

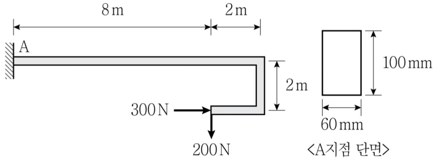
최외단의 B재료에서 발생.

$$\sigma_{max} = n \cdot \frac{M}{I} \cdot (30mm) = \frac{2 \times 6 \times 10^6 \times 30}{\frac{1}{12} \times 40 \times 60^3}$$

$$= 500 \ MPa$$

ans) ③

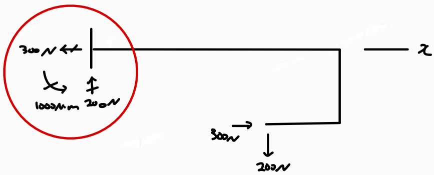
문 2. 그림과 같은 직사각형 단면의 구조물에서 A지점 단면의 최대 인장응력의 크기[MPa]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 9.90
② 9.95
③ 10.00
④ 10.05

Sol)

1. A점 단면력



2. A점 응력

$$\sigma_x = \frac{300N}{A} \pm \frac{1000N \cdot m}{I} \cdot y$$

$A = 6000 \ mm^2$, $I = \frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 100^3 \ mm^4$

$$\therefore \sigma_{t\,max} = \frac{300 \ N}{6000 \ mm^2} + \frac{1000 \times 10^3 \times 50 \ N \cdot mm^2}{\frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 100^3 \ mm^4}$$

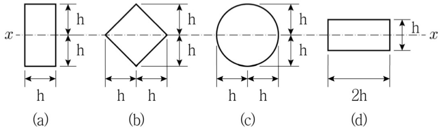
$$= 0.05 \ MPa + 10 \ MPa$$

$$= 10.05 \ MPa$$

ans) ④

by 토슬라

문 3. 다음 네 가지 다른 단면에서 도심을 지나는 $x-x$축에 대한 단면특성에 관한 설명으로 옳지 않은 것은?



① (a)단면과 (b)단면의 단면2차모멘트의 비 $\dfrac{(a)}{(b)}$는 2이다.

② (a)단면과 (d)단면의 단면2차모멘트의 비 $\dfrac{(a)}{(d)}$는 4이다.

③ (b)단면과 (c)단면의 단면계수의 비 $\dfrac{(b)}{(c)}$는 $\dfrac{4}{3\pi}$이다.

④ (b)단면과 (d)단면의 단면계수의 비 $\dfrac{(b)}{(d)}$는 2이다.

sol)

	단면 2차모멘트	단면계수
(a)	$\frac{1}{12}\cdot h\cdot(2h)^3$	$\frac{1}{12}\cdot(2h)^3$
(b)	$\frac{1}{12}\cdot(\sqrt{2}\cdot h)^4$	$\frac{1}{12}\cdot(\sqrt{2}\cdot h)^3\cdot\sqrt{2}$
(c)	$\frac{\pi}{4}\cdot h^4$	$\frac{\pi}{4}\cdot h^3$
(d)	$\frac{1}{12}\cdot(2h)\cdot h^3$	$\frac{1}{6}\cdot(2h)\cdot h^2$

① : $\dfrac{8h^4}{4h^4} = 2$ ∴ ok

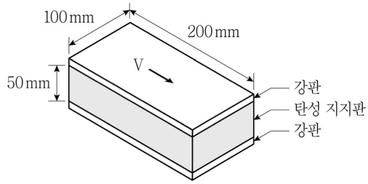
② : $\dfrac{8h^4}{2h^4} = 4$ ∴ ok

③ : $\dfrac{\frac{1}{3}h^3}{\frac{\pi}{4}\cdot h^3} = \dfrac{4}{3\pi}$ ∴ ok

④ : $\dfrac{\frac{1}{3}h^3}{\frac{1}{3}h^3} = 1$ ∴ NG

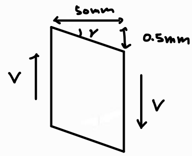
ans) ④

문 4. 그림과 같이 두 개의 강판 사이에 두께 50 mm의 탄성 지지판이 부착되어 있다. 수평전단력 V = 10 kN이 상부 강판에 작용할 때, 상부 강판과 하부 강판의 상대 수평변위가 0.5 mm 발생되었다. 탄성 지지판의 탄성계수(E)의 크기[MPa]는? (단, 하부 강판은 고정되어 있고, 탄성 지지판의 포아송비 $\nu = 0.25$이며, 강판의 변형과 모든 재료의 자중은 무시한다)



① 125 ② 100
③ 50 ④ 25

sol)



$\tau = \dfrac{V}{A} = \dfrac{10\times10^3 N}{100\times200\ mm^2} = 0.5\ MPa$

$\gamma = \dfrac{0.5}{50} = 0.01$

$G = \dfrac{\tau}{\gamma} = 50\ MPa$

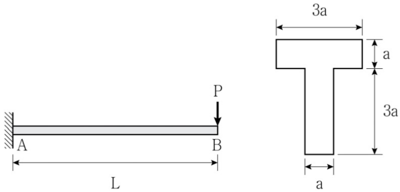
$G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$; $E = 2G\cdot(1+\nu)$

$= 100\ MPa \times 1.25$

$= 125\ MPa$

ans) ①

문 5. 그림과 같은 단면의 캔틸레버보에 집중하중 P가 작용하여, A점 단면에 소성모멘트(M_P)가 발생했을 때, 집중하중 P의 크기는? (단, 캔틸레버보는 항복응력이 σ_y인 완전탄소성 거동을 하며, 자중은 무시한다)



① $\frac{6\sigma_y a^3}{L}$

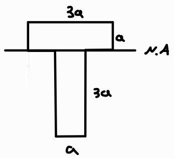
② $\frac{12\sigma_y a^3}{L}$

③ $\frac{18\sigma_y a^3}{L}$

④ $\frac{24\sigma_y a^3}{L}$

Sol)

1. 소성 모멘트 (M_p)



$$Z = 3a^2 \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right)$$

$$= 6a^3$$

$$M_p = \sigma_y \cdot Z = 6a^3 \cdot \sigma_y$$

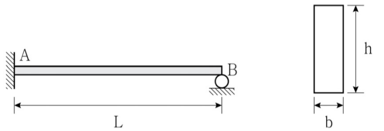
2. P

$$M_p = P \cdot L$$

$$\therefore P = \frac{6a^3 \cdot \sigma_y}{L}$$

ans) ①

문 6. 그림과 같이 직사각형 단면의 길이가 L인 캔틸레버보가 있다. 보의 윗면과 아랫면의 온도차가 $\varDelta T$이고 단면의 높이에 따라 선형으로 변할 때, B점에서의 수직반력의 크기는? (단, 보의 열팽창계수는 α이고 휨강성은 EI로 일정하다. 보의 자중은 무시한다)



① $\frac{\alpha \varDelta TEI}{2hL}$

② $\frac{\alpha \varDelta TEI}{hL}$

③ $\frac{3\alpha \varDelta TEI}{2hL}$

④ $\frac{2\alpha \varDelta TEI}{hL}$

Sol)

1. 온도로 인한 처짐 (δ_1)

$$y'' = \frac{-\alpha \cdot \varDelta T}{h}$$

$$y(x) = \iint y''\, dx\, dx + C_1 \cdot x + C_2$$

B.C) $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

$$y(x) = \frac{-\alpha \cdot \varDelta T}{2h} \cdot x^2$$

$$\delta_1 = y(L) = -\frac{\alpha \cdot \varDelta T}{2h} \cdot L^2$$

2. 변형 일치

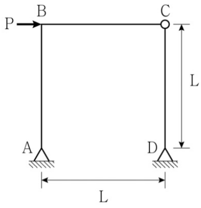
하중으로 인한 처짐 $\delta_2 = \frac{V_B \cdot L^3}{3EI}$

$\delta_1 + \delta_2 = 0$; $\frac{\alpha \cdot \varDelta T}{2h} L^2 = \frac{V_B \cdot L^3}{3EI}$

$$\therefore V_B = \frac{\alpha \cdot \varDelta T \cdot 3EI}{2h \cdot L}$$

ans) ③

문 7. 그림과 같이 C점에 힌지가 있는 라멘구조가 있다. B점에서 수평하중 P를 받을 때, C점에서의 수평변위의 크기는? (단, 모든 부재의 휨강성은 EI로 일정하고 축방향 변형, 전단 변형, 자중은 무시한다)



① $\dfrac{PL^3}{3EI}$

② $\dfrac{2PL^3}{3EI}$

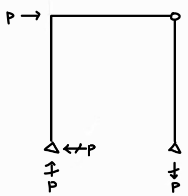
③ $\dfrac{PL^3}{EI}$

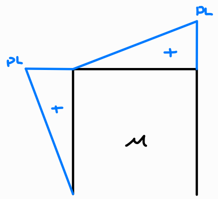
④ $\dfrac{4PL^3}{3EI}$

Sol)

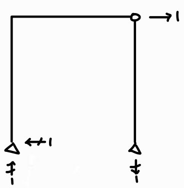
단위 하중 법 사용.

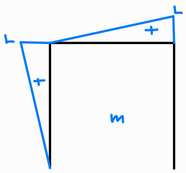
1. 실제 역계





2. 가상 역계



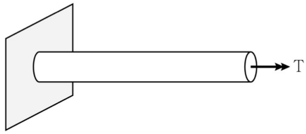


$$\therefore \delta = \Sigma \int \frac{M \cdot m}{EI} dx = \frac{2}{EI} \cdot \int_0^L P \cdot x^2 \, dx$$

$$= \frac{2}{EI} \cdot \frac{P}{3} \cdot x^3 \Big|_0^L = \frac{2P \cdot L^3}{3EI}$$

ans) ②

문 8. 그림과 같이 지름 d = 100 mm인 원형단면 봉의 한쪽을 벽에 고정하고, 다른 쪽에 비틀림모멘트 T를 가하였다. 이 봉의 허용인장응력 $\sigma_{ta} = 80$ MPa, 허용압축응력 $\sigma_{ca} = 100$ MPa, 허용전단응력 $\tau_a = 100$ MPa이다. 허용응력을 넘지 않고 가할 수 있는 비틀림모멘트의 최대 크기[kN · m]는? (단, 원형단면의 극관성모멘트 $I_p = \dfrac{\pi d^4}{32}$이고, 봉의 자중은 무시한다)



① 2π ② 3π

③ 4π ④ 5π

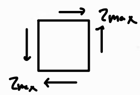
Sol)

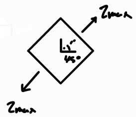
1. 최대 비틀림 응력 (τ_{max})

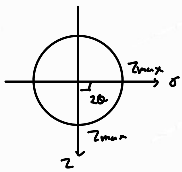
$$\tau_{max} = \frac{T}{I_p} \times \frac{d}{2}$$

$$= T \times \frac{16}{\pi \cdot d^3}$$

2. 허용 비틀림 응력







순수 전단을 받는 요소를 45° 회전시키면,

$\sigma_1 = \tau$

$$\therefore \tau_{max} = \min(\sigma_{ta}, \sigma_{ca}, \tau_a)$$

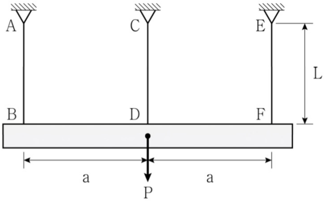
$$= 80 \text{ MPa}$$

$$\therefore T_{max} = \frac{80\text{MPa} \times \pi \times d^2}{16}$$

$$= 5\pi \quad (\text{kN} \cdot \text{m})$$

ans) ④

문 9. 그림과 같이 좌우 대칭인 강체 막대를 선형탄성거동을 하는 케이블 AB, EF와 완전탄소성거동을 하는 케이블 CD가 지지하고 있다. 하중 P = 90 kN이 강체 막대의 중앙에 작용할 때, 케이블 AB에 걸리는 인장력의 크기[kN]는? (단, 모든 케이블의 단면적은 100 mm^2, 탄성계수는 200 GPa이고 케이블 CD의 항복응력은 200 MPa이다. 자중은 모두 무시한다)

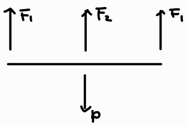


① 25 ② 30
③ 35 ④ 40

Sol)

1. CD 부재 부재력

CD 부재가 항복하지 않는다고 가정시



$2F_1 + F_2 = P$

$\frac{F_1 \cdot L}{EA} = \frac{F_2 \cdot L}{EA}$

; $F_1 = \frac{P}{3}$, $F_2 = \frac{P}{3}$

$F_2 = \frac{P}{3} = 30kN > 20kN = \sigma_y \cdot A$

∴ CD 부재는 항복. 부재력 = 20kN

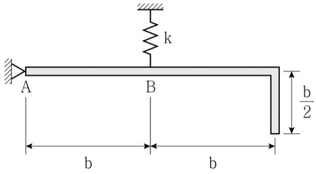
2. AB 부재력

$2F_1 + 20\ kN = 90kN$

∴ $F_1 = 35kN$

ans) ③

문 10. 그림과 같이 L 형상의 강체보가 지점 A에서 힌지로 지지되어 있고, B점은 스프링으로 지지되어 있다. 보의 무게 때문에 발생되는 스프링의 신장량은? (단, 보의 단위 길이당 무게는 일정하고, 보 전체의 무게는 W이며, 수직 방향 스프링 강성은 k이다)



① $\frac{5W}{6k}$

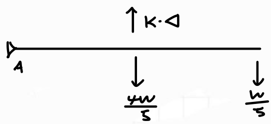
② $\frac{6W}{5k}$

③ $\frac{3W}{5k}$

④ $\frac{5W}{3k}$

Sol)

1. 자유물체도



$\frac{4}{5}W$의 무게가 길이 방향으로 분포,

$\frac{1}{5}W$의 무게가 끝단에 집중된 것으로 모델링

2. 스프링 신장량 (Δ)

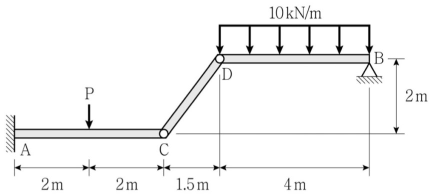
$\Sigma M_A = 0$;

$k \cdot \Delta = \frac{4W}{5} + \frac{W}{5} \times 2$

∴ $\Delta = \frac{6W}{5k}$

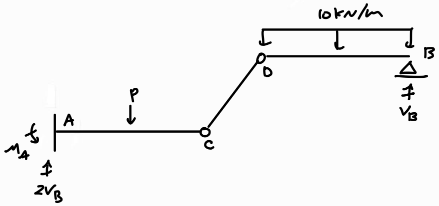
ans) ②

문 11. 그림과 같은 구조물의 C점과 D점이 힌지로 연결되어 있다. 지점 A의 수직반력이 지점 B의 수직반력의 2배가 되기 위한 집중하중 P의 크기[kN]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 15
② 20
③ 25
④ 30

Sol)



BD 부재에서 $\Sigma M_D = 0$; $V_B \times 4 = \frac{10 \cdot 4^2}{2}$

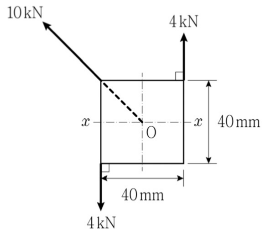
$\therefore V_B = 20\text{kN}$

전체에서 $\Sigma V = 0$; $P + 40 = 3V_B$

$\therefore P = 60 - 40 = 20\text{kN}$

ans) ②

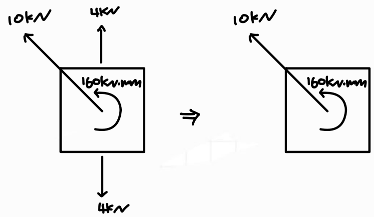
문 12. 그림과 같이 한 변이 40 mm인 정사각형 단면에 세 힘이 작용하고 있다. 세 힘의 합력의 작용선이 $x-x$축과 교차하는 점에서부터 도심 O점까지의 거리[mm]는?



① $12\sqrt{2}$
② $14\sqrt{2}$
③ $16\sqrt{2}$
④ $18\sqrt{2}$

Sol)

1. 4kN의 힘 이동

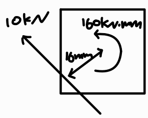


4kN 힘 옮기면

160kN·mm의 모멘트 발생

4kN 힘 서로 상쇄

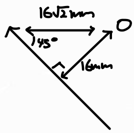
2. 모멘트 제어



모멘트를 잡아주기 위해

10kN 작용선과 O점거리

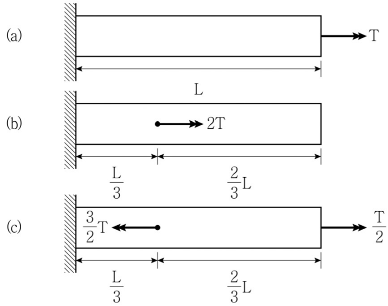
→ 16mm



$\therefore 16\sqrt{2}$ mm

ans) ③

문 13. 그림과 같이 서로 다른 비틀림모멘트가 작용하는 세 개의 봉 (a), (b), (c)에 저장된 탄성 변형에너지의 비 $U_a : U_b : U_c$는? (단, 세 봉의 비틀림강성 GJ는 동일하다)



① 6 : 8 : 3　② 6 : 8 : 11
③ 6 : 16 : 3　④ 6 : 16 : 11

sol)

$$U_a = \frac{1}{2GJ} \cdot T^2 \cdot L$$

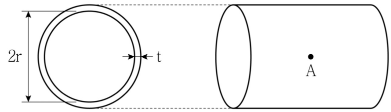
$$U_b = \frac{1}{2GJ} \cdot (2T)^2 \cdot (L/3)$$

$$U_c = \frac{1}{2GJ} \cdot \left\{ (T/2)^2 \cdot (2L/3) + T^2 \cdot (L/3) \right\}$$

$$\therefore \quad 1 : \frac{4}{3} : \frac{1}{2} = 6 : 8 : 3$$

ans) ①

문 14. 그림과 같이 얇은판으로 제작한 원통형 압력용기가 내부압력을 받고 있다. 용기의 내부 반지름 r = 100 mm, 두께 t = 1 mm, 탄성계수 E = 180 GPa, 포아송비 $\nu = 0.2$이다. 원통의 바깥면 A점에서 허용인장변형률 $\varepsilon_a = 1 \times 10^{-4}$을 넘지 않는 최대 내부압력의 크기[MPa]와 가장 가까운 값은? (단, 재료는 등방성재료이다)



① 0.20　② 0.18
③ 0.15　④ 0.10

sol)

r >> t 이므로 얇은 벽 이론 사용.

1. 응력 상태

$$\sigma_1 = \frac{p \cdot r}{t}, \quad \sigma_2 = \frac{p \cdot r}{2t}, \quad \sigma_3 = 0$$

2. 주변형률

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_1 - \nu \cdot \sigma_2) \leq \varepsilon_a$$

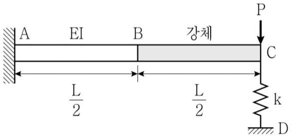
$$\frac{p \cdot r}{t} \cdot \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) = \varepsilon_a \cdot E$$

$$100\,p \cdot (0.9) = 180 \times 10^3 \times 10^{-4}$$

$$\therefore \quad p = \frac{180 \times 10^{-1}}{90} = 0.2 \text{ MPa}$$

ans) ①

문 15. 그림과 같이 구간 AB에서는 휨강성이 EI이고, 구간 BC에서는 강체인 캔틸레버보가 강성 $k=\dfrac{12EI}{7L^3}$를 가지는 스프링과 연결되어 있다. 수직하중 P가 C점에 가해졌을 때, 지점 A의 반력모멘트의 크기는? (단, 보의 자중은 무시한다)

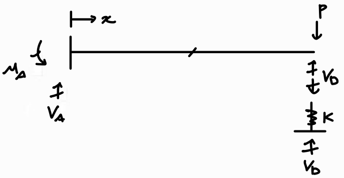


① $\dfrac{PL}{4}$ ② $\dfrac{3PL}{4}$

③ $\dfrac{PL}{3}$ ④ $\dfrac{2PL}{3}$

Sol)

1. 평형식



$$V_A + V_D = P$$

$$-M_A + P\cdot L - V_D\cdot L = 0$$

부정정차 ⇒ V_D ; $V_A = P - V_D$, $M_A = (P-V_D)\cdot L$

2. 에너지 (U)

$$M_x = -M_A + V_A\cdot x = -PL + V_D\cdot L + P\cdot x - V_D\cdot x$$

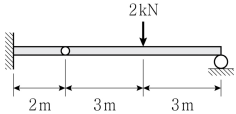
$$U = \int_0^{L/2} \frac{M_x^2}{2EI}\,dx + \frac{V_D^2}{2K}$$

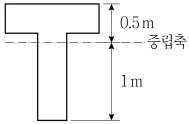
$$\frac{\partial U}{\partial V_D} = 0;\quad V_D = \frac{P}{3}$$

$$\therefore M_A = \frac{2P\cdot L}{3}$$

ans) ④

문 16. 그림과 같이 단면이 T형인 게르버보에서 최대 휨압축응력의 크기[MPa]는? (단, 보의 중립축에 대한 단면2차모멘트는 $2.0\times10^{-3}\,m^4$이고, 자중은 무시한다)



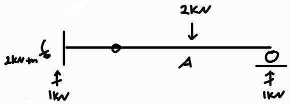


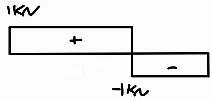
① 0.75 ② 1.00

③ 1.25 ④ 1.50

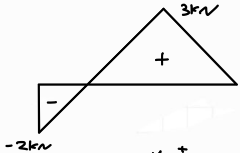
Sol)

1. 최대 휨모멘트 (M_{max})





<SFD>



<BMD>

$$M_{max}^{+} = 3kN\cdot m$$

$$M_{max}^{-} = -2kN\cdot m$$

2. $\sigma_{c\,max}$

$$\sigma_{c\,max} = \max\left(\frac{M_{max}^{+}}{I}\times 0.5m,\ \frac{M_{max}^{-}}{I}\times(-1m)\right)$$

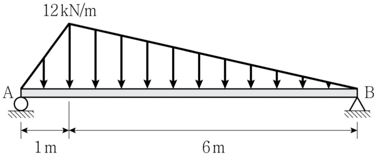
$$= \frac{M_{max}^{-}}{I}\times(-1m)$$

$$= \frac{-2\times10^3\,N\cdot m}{2\times10^{-3}\,m^4}\times(-1m)$$

$$= 10^6\,Pa = 1\,MPa$$

ans) ②

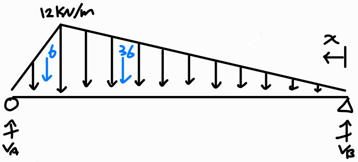
문 17. 그림과 같이 분포하중을 받는 단순보에서 지점 A로부터 최대 휨모멘트가 작용하는 위치까지의 거리[m]는? (단, 보의 자중은 무시한다)



① 1
② 2
③ 3
④ 4

Sol)

1. 반력계산

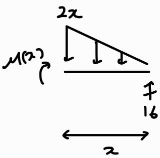


$V_A + V_B = 6 + 36$

$6 \times \frac{2}{3} + 36 \times 3 - V_B \times 7 = 0$

$\therefore V_B = 16\ kN,\ V_A = 26\ kN$

2. 최대모멘트 발생 위치



$M(x) = 16 \cdot x - x^2 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)$

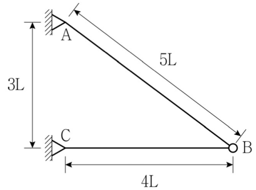
$= 16x - \frac{x^3}{3}$

$\frac{\partial M(x)}{\partial x} = 0\ ;\quad 16 - x^2 = 0 \quad \therefore x = 4m$

$\therefore$ A로부터 거리 $= 7 - 4 = 3m$

ans) ③

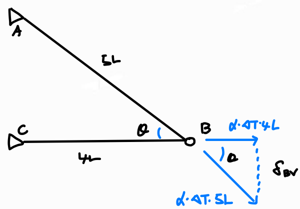
문 18. 그림과 같은 트러스에서 모든 부재의 온도가 ΔT 상승하였을 때, B점의 수직처짐의 크기는? (단, 모든 부재의 열팽창계수는 α이고, 재료와 단면적은 동일하며 자중은 무시한다)



① $2\alpha\Delta TL$
② $3\alpha\Delta TL$
③ $4\alpha\Delta TL$
④ $5\alpha\Delta TL$

Sol)

1. 변위선도



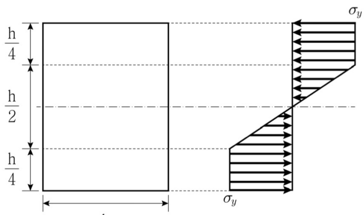
2. δ_{BV}

$\delta_{BV} = \alpha \cdot \Delta T \cdot 3L$

ans) ②

by 토슬라

문 19. 그림과 같은 직사각형 단면의 부재를 반지름이 R인 강체원통 구조물에 감았을 때, 부재의 단면에 그림과 같은 휨응력 상태가 나타나기 위한 반지름 R의 크기와 가장 가까운 값은? (단, 부재의 항복응력은 200 MPa, 탄성계수는 200 GPa이며 완전탄소성거동을 한다)



<직사각형 단면> <휨응력분포>

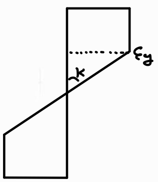
① 150h ② 250h

③ 350h ④ 450h

Sol)

$\sigma_y = 200$ MPa, $E = 200\times10^3$ MPa

1. 곡률 K



$\varepsilon_y = \dfrac{\sigma_y}{E} = 10^{-3}$

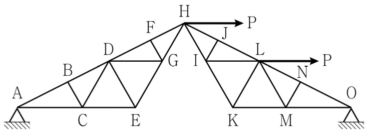
$K = \dfrac{\varepsilon_y}{h/4} = \dfrac{4\cdot10^{-3}}{h}$

2. 곡률 반경 R

$R = \dfrac{1}{K} = \dfrac{h\times10^3}{4} = 250\,h$

ans) ②

문 20. 그림과 같이 두 개의 수평하중(P)을 받는 평면트러스 구조에 대한 설명으로 옳은 것은? (단, 트러스의 자중은 무시한다)



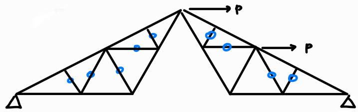
① 이 트러스는 부정정 구조이다.

② 부재 DE와 부재 KL의 부재력은 0이다.

③ 부재 AB와 부재 DF의 부재력은 같다.

④ 부재 IL의 부재력은 P이다.

Sol)



① : $m + r - 2j = 26 + 4 - 2\times15 = 0$ ∴ 정정 ×

② : DE는 영부재 아님, KL은 부재력 $\neq 0$ ×

③ : AB DF 좌우대칭 부재는 크기 동일 (∵ 영부재) O

④ : IL은 영부재 ×

ans) ③