2020년 제3차 경찰공무원(해경) 수학 해설

01. ③	02. ④	03. ③	04. ②	05. ①	06. ①	07. ②	08. ②	09. ③	10. ①
11. ①	12. ②	13. ③	14. ③	15. ④	16. ②	17. ①	18. ④	19. ①	20. ③

1.【정답】③

$n=1,\ \alpha=\log 30-1=\log 3$

$2^{\frac{1}{1}}+3^{\frac{1}{\log_3}}=2+3^{\log_3 10}=2+10=12$

2.【정답】④

$\cos(B+C)=\cos(180-A)=-\cos A=\frac{1}{3}$

$\sin A=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$S=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=16\sqrt{2}$

3.【정답】③

$\sum_{k=1}^{2020} ka_{k+1}=1a_2+2a_3+3a_4+\ \cdots\ +2020a_{2021}=26$

$\sum_{k=1}^{2020} ka_k=1a_1+2a_2+3a_3+\ \cdots\ +2020a_{2020}=47-\sum_{k=1}^{2020} a_k$

$\sum_{k=1}^{2020} ka_k-\sum_{k=1}^{2020} ka_{k+1}=a_1+a_2+a_3+\ \cdots\ +a_{2020}-2020a_{2021}=21-\sum_{k=1}^{2020} a_k$

$\sum_{k=1}^{2020} a_k-1=21-\sum_{k=1}^{2020} a_k,\ \sum_{k=1}^{2020} a_k=11$

4.【정답】②

$\lim_{x\to 1-} f(x)=\lim_{x\to 1-}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n-1}+3x+5}{x^{2n}+1}\right)=3\cdot 1+5=8$

$\lim_{x\to 2+} f(x)=\lim_{x\to 2+}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n-1}+3x+5}{x^{2n}+1}\right)=\lim_{x\to 2+}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{3}{x^{2n-2}}+\frac{5}{x^{2n-1}}}{x+\frac{1}{x^{2n-1}}}\right)=\frac{1}{2}$

$8+\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$

5. 【정답】 ①

$g(-1)=1-7+6=0$

$g(1)=1+7-2=6$

$g'(-1)=2\cdot(-1)+7=5$

$g'(1)=2\cdot 1+7=9$

$g(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$로 놓으면

$g(1)=2(a+b+c)=6,\ a+b+c=3$

$g'(x)=ax^2+bx+c+(x+1)(2ax+b)=3ax^2+2(a+b)x+b+c$

$g'(-1)=3a-2(a+b)+b+c=a-b+c=5$

$2b=-2,\ b=-1$

$a+c=4$

$g'(1)=3a+2(a+b)+b+c=5a+3b+c=9,\ 5a+c=12$

$a+c=4,\ 5a+c=12$에서 $a=2,\ c=2$

$g(x)=(x+1)(2x^2-x+2)$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}\cdot\left(2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+2\right)=3$

6. 【정답】 ①

$g(x)=xf(x)$라 하면 $g(-x)=(-x)f(-x)=-xf(x)=-g(x)$이다.

$\int_{-3}^{3}(x-1)f(x)dx=\int_{-3}^{3}xf(x)dx-\int_{-3}^{3}f(x)dx=0-2\int_{0}^{3}f(x)dx=(-2)\cdot(-3)=6$

7. 【정답】 ②

전체 학생 수를 p명이라 하면

구하는 확률은 $=\dfrac{p\times\frac{100-a}{100}\times\frac{1}{20}}{p\times\frac{a}{100}\times\frac{1}{40}+p\times\frac{100-a}{100}\times\frac{1}{20}}=\dfrac{2(100-a)}{a+2(100-a)}=\dfrac{16}{33}$

$16(200-a)=66(100-a),\ a=68$

8. 【정답】 ②

$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1-2h)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}+2\lim_{h\to 0}\frac{f(1-2h)-f(1)}{-2h}=3f'(1)=9$

$f'(1)=3$

$g'(x)=2xf(x)+(x^2+1)f'(x)$

$g'(1)=2f(1)+2f'(1)=2\cdot(-4)+2\cdot 3=-2$

9. 【정답】 ③

$-x^2+3x=-2x$로부터 교점 $(0, 0)$ 또는 $(5, -10)$이다.

$$\int_0^5\{-x^2+3x-(-2x)\}dx=2\int_0^a\{-x^2+3x-(-2x)\}dx$$

$$\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2\right]_0^5=2\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2\right]_0^a$$

$$-\frac{125}{3}+\frac{125}{2}=-\frac{2}{3}a^3+5a^2,\ 4a^3-30a^2+125=0$$

$$\left(a-\frac{5}{2}\right)(4a^2-20a-50)=0,\ a=\frac{5}{2}$$

10. 【정답】 ①

$$\sum_{k=1}^{10}(k-\alpha^2)(k-\beta^2)=\sum_{k=1}^{10}(k^2-(\alpha^2+\beta^2)k+(\alpha\beta)^2)$$

$\alpha^2+\beta^2=(-2)^2-2\cdot(-2)=8,\ (\alpha\beta)^2=(-2)^2=4$

$$=\sum_{k=1}^{10}(k^2-8k+4)=385-8\cdot55+40=-15$$

11. 【정답】 ①

$$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$$

$(2i)^n=2^ni^n=-2^ni$

$i^n=-i$이므로 $n=3, 7, 11, 15, 19$의 5개다.

12. 【정답】 ②

$$f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq1\\ x+1 & x<1\end{cases}$$

$f^{-1}(1)=k$라 하면 $f(k)=1$이므로 $k+1=1$

$k=0,\ f^{-1}(1)=0$

13. 【정답】 ③

접점 $\mathrm{A}(4, 2)$에서의 접선의 방정식 $4x+2y=20$

$\frac{x}{5}+\frac{y}{10}=1$이므로 $\mathrm{P}(5, 0),\ \mathrm{Q}(0, 10)$이다.

삼각형 OPQ의 넓이 $=\frac{1}{2}\times5\times10=25$

14. 【정답】 ③

$a_1 \le a_2 = a_3 \le a_4 \le a_5$인 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6개의 수에서 중복을 허락하여 4개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

${}_6\mathrm{H}_4 = {}_9\mathrm{C}_4 = 126$

15. 【정답】 ④

$\int_0^1 ax(1-x)dx = 1$

$\left[-\frac{a}{3}x^3 + \frac{a}{2}x^2\right]_0^1 = 1,\ -\frac{a}{3} + \frac{a}{2} = 1,\ a = 6$

$\mathrm{P}\left(0 \le x \le \frac{3}{4}\right) = \int_0^{\frac{3}{4}} 6x(1-x)dx = \left[-2x^3 + 3x^2\right]_0^{\frac{3}{4}} = -2 \cdot \frac{27}{64} + \frac{27}{16} = \frac{27}{32}$

16. 【정답】 ②

$x^3 + 1 = 3x - 1$

$x^3 - 3x + 2 = 0,\ (x+2)(x-1)^2 = 0,\ x = -2,\ 1$

따라서 집합 X의 개수는 $\{-2\}$, $\{1\}$, $\{-2, 1\}$의 3개다.

17. 【정답】 ①

y에 관하여 정리하면 $2y^2 - 2(x+3)y + x^2 + 4x + 5 = 0$

y는 실수이므로 $\frac{D}{4} = (x+3)^2 - 2(x^2 + 4x + 5) \ge 0$

$-x^2 - 2x - 1 \ge 0,\ (x+1)^2 \le 0$

따라서 $x = -1$이다.

$x = -1$을 대입하여 정리하면 $2y^2 - 4y + 2 = 0,\ 2(y-1)^2 = 0$

$y = 1$

$x - y = -1 - 1 = -2$

18. 【정답】 ④

$f^{-1}(b) = c,\ f^{-1}(c) = d,\ f^{-1}(d) = e$

① $(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(b) = e$

② $(f \circ f)(d) = f(f(d)) = f(c) = b$

③ $(f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(b)))) = e = f^{-1}(d)$

④ $(f \circ f)(e) = c,\ (f^{-1} \circ f^{-1})(b) = d$이므로 $(f \circ f)(e) \ne (f^{-1} \circ f^{-1})(b)$

19.【정답】①

상수항을 비교하면 $2c=-6,\ c=-3$

$(x-1)(x-2)(x-3)=x^3-6x^2+11x-6$

$a=6,\ b=11,\ c=-3$

$2a+3b-5c=12+33+15=60$

20.【정답】③

㉠ $x^2=1$이면 $x^3=x$이다. (참)

㉡ $x^2-6x+8\le 0,\ (x-4)(x-2)\le 0,\ 2\le x\le 4$

$x^2-x>0,\ x(x-1)>0,\ x<0$ 또는 $x>1$

따라서 참이다.

㉢ $x^2-1\le 0,\ -1\le x\le 1$

$x^2-3x\le 0,\ 0\le x\le 3$

따라서 거짓이다.

㉣ $2x-1=3,\ x=2$

$x^2-4x+4=0,\ x=2$

따라서 참이다.