

2021년 서울시 지적직 9급 수학 A책형 해설

01. ③	02. ③	03. ③	04. ②	05. ④	06. ③	07. ④	08. ①	09. ①	10. ①
11. ④	12. ②	13. ①	14. ①	15. ②	16. ②	17. ②	18. ②	19. ①	20. ④

1. 【정답】 ③

$$2\text{회 시행} : \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$3\text{회 시행} : {}_2C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

$$4\text{회 시행} : {}_3C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{16} = \frac{3}{16}$$

$$5\text{회 시행} : {}_4C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{1}{8} = \frac{13}{16}$$

2. 【정답】 ③

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left\{ \left(\frac{2}{n} + 1\right)^3 + \left(\frac{4}{n} + 1\right)^3 + \left(\frac{6}{n} + 1\right)^3 + \dots + \left(\frac{2n}{n} + 1\right)^3 \right\} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^3 \frac{3}{n} \\ &= \frac{3}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^3 \frac{2}{n} = \frac{3}{2} \int_1^3 x^3 dx = \frac{3}{2} \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_1^3 = 30 \end{aligned}$$

3. 【정답】 ③

$$8a + \frac{2}{a-1} = 8(a-1) + \frac{2}{a-1} + 8$$

$$8(a-1) + \frac{2}{a-1} \geq 2\sqrt{8(a-1) \cdot \frac{2}{a-1}} = 8$$

따라서 최솟값은 $8 + 8 = 16$

4. 【정답】 ②

$996 = a$ 로 치환하면

$$\frac{a^3 - 3a - 2}{a(a+2) + 1} = \frac{(a+1)^2(a-2)}{(a+1)^2} = a - 2 = 996 - 2 = 994$$

5. 【정답】 ④

$$\tan \theta_1 = -1, \tan \theta_2 = \frac{4}{3}$$

$$\tan \theta = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}{1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2} = \frac{-1 - \frac{4}{3}}{1 - 1 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{-\frac{7}{3}}{-\frac{1}{3}} = 7$$

$$1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}, \quad 1 + \frac{1}{7^2} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{49}{50}} = \frac{7}{5\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

6. 【정답】 ③

$$a_5 = 1 + 4d < 30, \quad d < \frac{29}{4}$$

$$a_9 = 1 + 8d > 50, \quad d > \frac{49}{8}$$

$$\frac{49}{8} < d < \frac{29}{4} \text{ 이므로 } d = 7$$

$$a_n = 1 + 7(n-1) = 7n - 6 = 190$$

$$n = 28$$

7. 【정답】 ④

다항식 $x^4 - 1$ 을 $x - 2$ 로 나누면 몫이 $x^3 + 2x^2 + 4x + 8$ 이다.

$$a_0 = 8, \quad a_2 = 2$$

$$a_0 + 9a_2 = 8 + 9 \cdot 2 = 26$$

8. 【정답】 ①

(가) 조건으로부터 $a_1 = 4, \quad a_2 = 9$

(나) 조건으로부터 $\sqrt{a_3} = a_1 = 4, \quad a_3 = 16$

$$\sqrt{a_4} = a_2 = 9, \quad a_4 = 81$$

$$a_4 - a_1 = 81 - 4 = 77$$

9. 【정답】 ①

$${}_4C_2 1^2 \cdot x^{4-2} \times 2x + {}_4C_1 1^1 \cdot x^{4-1} \times 3 = 12x^3 + 12x^3 = 24x^3$$

따라서 x^3 의 계수는 24이다.

10. 【정답】 ①

$$x = 1 + i, \quad x - 1 = i$$

$$x^2 - 2x + 1 = -1, \quad x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + \left(\frac{1}{\beta}\right)^3 = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{(\alpha\beta)^3} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^3} = \frac{2^3 - 3 \cdot 2 \cdot 2}{2^3} = -\frac{1}{2}$$

11. 【정답】 ④

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - 2x} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{2x - 6} = m \text{ 으로부터 } f(x) = 2(x - 3)(x + p) \text{ 로 나타낼 수 있다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{2x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x - 3)(x + p)}{2(x - 3)} = 3 + p = m, \quad p = m - 3$$

$$h(1) = f(1)g(1) = 2 \cdot (-2) \cdot (1 + m - 3) \cdot 3 = -12(m - 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)g(x) = -4(m - 2) \cdot 4 = -16(m - 2)$$

$$-12(m - 2) = -16(m - 2)$$

$$m = 2$$

12. 【정답】 ②

수열 $2a_n + 3$ 은 공차 $d = 2 \cdot 3 = 6$ 이고 첫째항 $2a_1 + 3 = 3 + 2 = 5$ 인 등차수열이다.

$$2a_n + 3 = 6n - 1, \quad a_n = 3n - 2$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^5 \frac{1}{a_n a_{n+1}} &= \sum_{n=1}^5 \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^5 \left(\frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{15}{16} = \frac{5}{16} \end{aligned}$$

13. 【정답】 ①

$$\int_{-3}^3 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$$

$$\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x-2) dx, \quad \int_1^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x+2) dx \text{ 이므로}$$

$$\int_{-3}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x-2) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x+2) dx$$

$$= \int_{-1}^1 (x^3 + 2x^2 + 7x + 8) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 + 8x \right]_{-1}^1 = \frac{4}{3} + 16 = \frac{52}{3}$$

14. 【정답】 ①

$$1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}, \quad \sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \sin^4\theta + \cos^4\theta + 3\sin\theta\cos\theta &= (\sin^2\theta + \cos^2\theta) - 2\sin^2\theta\cos^2\theta + 3\sin\theta\cos\theta \\ &= 1 - 2(\sin\theta\cos\theta)^2 + 3\sin\theta\cos\theta \\ &= 1 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

15. 【정답】 ②

초점의 좌표 $(-3, 0), (3, 0)$

$\overline{PF} > \overline{PF'}$ 라 가정하면 쌍곡선의 정의에 의해 $\overline{PF} - \overline{PF'} = 2 \cdot 2 = 4$ 이므로

$$\overline{PF'} = p \text{로 놓으면 } 4 + p + p + 6 = 14, \quad p = 2$$

$$\overline{PF} = 2 + 4 = 6, \quad \overline{PF'} = 2$$

$$|\overline{PF}^2 - \overline{PF'}^2| = |6^2 - 2^2| = 32$$

16. 【정답】 ②

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + p = 1, \quad p = \frac{1}{4}$$

$$E(X) = \frac{a}{2} + 1 + \frac{3}{2} = 3, \quad a = 1$$

$$E(X^2) = \frac{1}{2} + 4 + 9 = \frac{27}{2}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{27}{2} - 3^2 = \frac{9}{2}$$

17. 【정답】 ②

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 1 \text{ 이라 하면}$$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 = 2x^2(2x - 3)$$

$$\text{따라서 함수 } f(x) \text{ 는 } x = \frac{3}{2} \text{ 에서 극솟값 } f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{81}{16} - 2 \cdot \frac{27}{8} + 1 = -\frac{11}{16}$$

$$f(0) = 1, \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{11}{16} < 0 \text{ 이므로 서로 다른 실근의 개수는 2개다.}$$

18. 【정답】 ②

직각삼각형의 한 변의 길이는 $2\cos 15^\circ$ 이므로

$$\text{넓이 } S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\cos 15^\circ \times \sin 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

19. 【정답】 ①

포물선 $y^2 = 8x$ 와 직선 $y = 8x - 2$ 로 둘러싸인 영역의 넓이는

포물선 $y = \frac{1}{8}x^2$ 과 직선 $y = \frac{1}{8}(x+2)$ 으로 둘러싸인 영역의 넓이와 같으므로

$x+2 = x^2$ 에서 $(x-2)(x+1) = 0$ 이므로 교점 $\left(-1, \frac{1}{8}\right), \left(2, \frac{1}{2}\right)$ 이다.

$$\int_{-1}^2 \left\{ \frac{1}{8}(x+2) - \frac{1}{8}x^2 \right\} dx = -\frac{1}{8} \int_{-1}^2 (x+1)(x-2) dx = -\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{(2-(-1))^3}{6} \right) = \frac{9}{16}$$

20. 【정답】 ④

1년 후 : $10^6(1.02)$

2년 후 : $10^6(1.02)^2$

a 년 후 : $10^6(1.02)^a$

$$10^6(1.02)^a = 2 \cdot 10^6$$

$$1.02^a = 2, \quad a \log 1.02 = \log 2$$

$$a = \frac{\log 2}{\log 1.02} = \frac{0.3010}{0.0086} = 35$$