

2021년 국가직 9급 수학 나책형 해설

01. ①	02. ②	03. ④	04. ①	05. ④	06. ③	07. ②	08. ②	09. ①	10. ①
11. ③	12. ②	13. ③	14. ①	15. ④	16. ②	17. ③	18. ④	19. ③	20. ③

1. 【정답】 ①

$$(2+i)x + (1-i)y = 1+2i$$

$$2x + y + (x-y)i = 1+2i$$

$$2x + y = 1, \quad x - y = 2$$

$$x = 1, \quad y = -1$$

$$(x+yi)^4 = (1-i)^4 = (-2i)^2 = -4$$

2. 【정답】 ②

$$\begin{aligned} x^3 + 3x^2 + x + 2 &= x(x^2 + x - 1) + 2x^2 + 2x + 2 \\ &= 2x^2 + 2x + 2 = 2 \cdot 1 + 2 = 4 \end{aligned}$$

3. 【정답】 ④

$$p: (x-3)(x+2) \leq 0, \quad p: -2 \leq x \leq 3$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a 의 최솟값은 $a = 4$ 이다.

4. 【정답】 ①

$$y = \frac{-2(2x+1) - 15}{2x+1} = \frac{-15}{2x+1} - 2$$

따라서 그래프는 1사분면을 지나지 않는다.

5. 【정답】 ④

$$\alpha + \beta = 3k, \quad \alpha\beta = -k^2$$

$$(\alpha+2)(\beta+2) = \alpha\beta + 2(\alpha+\beta) + 4 = -k^2 + 6k + 4$$

$$-k^2 + 6k + 4 = -(k-3)^2 + 13$$

$1 \leq k \leq 4$ 에서 $k=3$ 일 때 최댓값 $M=13$, $k=1$ 일 때 최솟값 $m=9$ 이다.

$$M - m = 13 - 9 = 4$$

6. 【정답】 ③

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+a} + b = 2^{x-a} + b$$

$$\text{최댓값 } f(2) = 2^{2-a} + b = 7$$

$$\text{최솟값 } f(-2) = 2^{-2-a} + b = \frac{41}{8}$$

$$2^{-a}\left(4 - \frac{1}{4}\right) = 7 - \frac{41}{8} = \frac{15}{8}, \quad 2^{-a} = \frac{1}{2}, \quad a = 1$$

$$2 + b = 7, \quad b = 5$$

$$a + b = 1 + 5 = 6$$

7. 【정답】 ②

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+9} - \sqrt{x+1})(\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x+1})(\sqrt{x+9} + \sqrt{x+1})}{(\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x+1})(\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x+1})(\sqrt{x+9} + \sqrt{x+1})} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8(\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x+1})}{2(\sqrt{x+9} + \sqrt{x+1})} = 4 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

8. 【정답】 ②

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = P(B), \quad P(A)P(B) = P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A)P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(A) - P(B) = \frac{1}{6} \text{ 이므로 } P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{1}{3}$$

9. 【정답】 ①

두 함수 $y = x^2 - 12 (x \geq 0)$ 과 $y = \sqrt{x+12}$ 는 역함수 관계이므로

$$x = x^2 - 12, \quad x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x-4)(x+3) = 0, \quad x = -3, 4$$

$$x \geq 0 \text{ 이므로 } x = 4$$

$$a + b = 4 + 4 = 8$$

10. 【정답】 ①

$$S_4 - S_2 = a_3 + a_4 = \frac{1}{3}(r^2 + r^3) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 r^2$$

$$r + 1 = \frac{1}{3}, \quad r = -\frac{2}{3}$$

$$S_4 = \frac{\frac{1}{3} \left(1 - \left(-\frac{2}{3} \right)^4 \right)}{1 - \left(-\frac{2}{3} \right)} = \frac{1}{5} \left(1 - \frac{16}{81} \right) = \frac{13}{81}$$

$$q = 13$$

11. 【정답】 ③

$$\frac{{}_3C_1 \times {}_4C_1}{{}_7C_2} = \frac{3 \times 4}{21} = \frac{4}{7}$$

12. 【정답】 ②

$$3 + c = 4, \quad c = 1$$

$$\text{주기 } 4\pi \text{이므로 } \frac{2\pi}{b} = 4\pi, \quad b = \frac{1}{2}$$

$$b + c = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

13. 【정답】 ③

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < 1 + \log_{\frac{1}{2}}(8-x)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < \log_{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{2}(8-x) \right\}, \quad 2x-1 > \frac{1}{2}(8-x)$$

$$\frac{5}{2}x > 4 + 1, \quad x > 2$$

$$\text{진수조건에서 } 2x-1 > 0, \quad 8-x > 0 \text{이므로 } \frac{1}{2} < x < 8$$

따라서 최종범위는 $2 < x < 8$

정수 x 의 개수는 3, 4, 5, 6, 7의 5개다.

14. 【정답】 ①

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(1) - f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(f(x) - f(1))}{x-1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1)(x^2 - 1)}{x-1} = -f'(1) + 2f(1)$$

$$f(1) = 1 - 2 + 4 - 1 = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 4, \quad f'(1) = 3 - 4 + 4 = 3$$

$$-f'(1) + 2f(1) = -3 + 2 \cdot 2 = 1$$

15. 【정답】 ④

$$C_1 : (x+2)^2 + (y-4)^2 = 5^2, \quad C_1 \text{의 중심의 좌표 } (-2, 4)$$

두 원 C_1, C_2 의 중심사이의 거리는 $(-2, 4)$ 와 직선 $y = x$ 사이의 거리의 2배이므로

$$\frac{|-2-4|}{\sqrt{2}} \times 2 = 6\sqrt{2}$$

16. 【정답】 ②

정규분포를 표준화하면

$$P\left(10 \leq X \leq \frac{m+11}{2}\right) = P\left(0 \leq Z \leq \frac{m-9}{6}\right)$$

$$P\left(\frac{m+11}{2} \leq Y \leq m\right) = P\left(\frac{-m+11}{4} \leq Z \leq 0\right)$$

$$\frac{m-9}{6} = \frac{m-11}{4}, \quad m = 15$$

17. 【정답】 ③

$$2 = 3a - b$$

$$9a - b = 3b + a, \quad 8a - 4b = 0, \quad 2a = b$$

$$a = 2, b = 4$$

$$\int_{-2}^3 (2x+4)dx = [x^2+4x]_{-2}^3 = 5+20 = 25$$

18. 【정답】 ④

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 5, \quad (x+3)^2 + (y-4)^2 = 5, \quad \text{중심 } (-3, 4)$$

원과 직선이 만나려면 원의 중심과 직선사이의 거리가 반지름보다 같거나 작아야 하므로

$$\frac{|-6+4+a|}{\sqrt{5}} \leq \sqrt{5}, \quad |a-2| \leq 5$$

따라서 실수 a 의 최댓값은 $a = 7$ 이다.

19. 【정답】 ③

$f(t) = t^2 - 2t + 3$ 의 부정적분 중 하나를 $F(t)$ 라 하면

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9} \int_3^x (t^2 - 2t + 3)dt = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{F(x) - F(3)}{x^2 - 9} = \frac{1}{6} f(3)$$

$$f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 + 3 = 6, \quad \frac{1}{6} f(3) = \frac{1}{6} \times 6 = 1$$

20. 【정답】 ③

함수 $h(x)$ 가 극대가 될 때는 도함수 $h'(x) = f'(x) - g'(x)$ 가 극대가 되는 지점을 기준으로 양수에서 음수로 바뀌므로 그래프로부터 $x = 2$ 이다.