

2020년 국가직 7급 자동제어 나책형 해설

01. ④	02. ①	03. ③	04. ②	05. ①	06. ④	07. ①	08. ④	09. ②	10. ②
11. ①	12. ③	13. ②	14. ③	15. ③	16. ②	17. ④	18. ②	19. ①	20. ④

1. 【정답】 ④

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad CA = [1 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [1 \ 0]$$

$$\text{가제어성 행렬} : S = [B \ AB] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \det S = 0$$

$$\text{가관측성 행렬} : V = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \det V = 0$$

따라서 제어가능하지도 관측가능하지도 않다.

2. 【정답】 ①

$$Y(s) = (U(s) - Y(s)) \left(2 + \frac{1}{s} \right) \cdot \frac{1}{s}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2 + \frac{1}{s}}{s + 2 + \frac{1}{s}} = \frac{2s + 1}{s^2 + 2s + 1} = \frac{2s + 1}{(s + 1)^2}$$

따라서 페루프 시스템의 극점은 $-1, -1$ 이다.

3. 【정답】 ③

- ㉠ 동작신호(actuating signal) : 제어동작을 일으키는 가장 기본적인 신호
- ㉡ 제어신호(control signal) : 동작신호를 받아 제어기에서 만들어내는 신호
- ㉢ 조작량(manipulated variable) : 제어대상의 제어량을 적당히 제어하기 위해 구동기에서 만들어내는 출력

4. 【정답】 ②

- ㉡ 피드백 시스템은 잡음과 외란에 둔감하고 기준 입력에는 민감하도록 설계되어야 한다.
- ㉣ 개루프 전달함수의 변화에 대한 페루프 시스템의 감도(sensitivity)는

$$S_G^T = \frac{G}{T} \frac{\partial T}{\partial G} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \cdot \frac{(1 + G(s)H(s)) - G(s)H(s)}{(1 + G(s)H(s))^2} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

이다.

5. 【정답】 ①

특성방정식 $Q(s)$ 가 순허수 근을 가질 때 임계안정이 되므로 순허수 근을 $s = j\omega$ 라 하면

$$Q(j\omega) = (j\omega)^3 + 2 \cdot (j\omega)^2 + 4 \cdot j\omega + K = 0$$

$$-2\omega^2 + K + j\omega(4 - \omega^2) = 0, \quad \omega = 2 \text{ [rad/sec]}$$

$$K = 2\omega^2 = 8$$

특성방정식 $Q(s) = s^3 + 2s^2 + 4s + 8 = s^2(s+2) + 4(s+2) = (s^2+4)(s+2) = 0$ 이므로
극점 p 는 $-2, \pm 2j$ 이다.

6. 【정답】 ④

$G(j0) = 1$ 이므로 $G(j0) = -\frac{1}{2}$ 인 ①번과 $G(j0) = 0$ 인 ③번은 정답이 될 수 없다.

②번은 $\omega \rightarrow \infty$ 일 때 $G(j\omega) \rightarrow 0 \angle 0^\circ$ 이고 $(j\omega+1)G(j\omega) \rightarrow 0 \angle 0^\circ$ 이다.

④번은 $\omega \rightarrow \infty$ 일 때 $G(j\omega) \rightarrow 0 \angle 0^\circ$ 이지만

$$(j\omega+1)G(j\omega) = \frac{(j\omega+1)(j\omega+2)}{(j\omega)^2 + 6 \cdot j\omega + 2}, \quad (j\omega+1)G(j\omega) = \frac{2 - \omega^2 + j3\omega}{2 - \omega^2 + j6\omega} \text{에서}$$

$\omega \rightarrow \infty$ 일 때 $(j\omega+1)G(j\omega) \rightarrow 1 \angle 0^\circ$ 이고 $\omega^2 = 2$ 일 때 실수축과 $\frac{j3\omega}{j6\omega} = \frac{1}{2}$ 에서 만나므로

문제의 선도와 부합하는 전달함수는 ④번 $\frac{s+2}{s^2+6s+2}$ 이다.

7. 【정답】 ①

① $g(t) = u(t), \quad G(s) = \frac{1}{s}$

② $g(t) = e^{-2t}u(t), \quad G(s) = \frac{1}{s+2}$

③ $g(t) = t^3 e^{-2t}u(t), \quad G(s) = \frac{3!}{(s+2)^4} = \frac{6}{(s+2)^4}$

④ $g(t) = 10e^{-t} \cos(5t)u(t) = 10 \cdot \frac{s+1}{(s+1)^2 + 5^2} = \frac{10(s+1)}{s^2 + 2s + 26}$

따라서 전달함수가 좌반평면에 근이 존재하지 않는 ①번이 안정하지 않은 시스템이다.

8. 【정답】 ④

$$\left. \frac{Y(s)}{R(s)} \right|_{D(s)=0} = \frac{G(s)K_2(s)}{1 + G(s)K_2(s)}$$

$$R(s) = 0 \text{일 때 } Y(s) = ((-K_1(s)D(s) - Y(s))K_2(s) + D(s))G(s)$$

$$\left. \frac{Y(s)}{D(s)} \right|_{R(s)=0} = \frac{G(s)\{1 - K_1(s)K_2(s)\}}{1 + G(s)K_2(s)}$$

9. 【정답】 ②

이득여유일 때의 위상교차 주파수는

$$L(j\omega) = \frac{Ke^{-jT_d\omega}}{j\omega(j\omega+a)(j\omega+b)} = \frac{Ke^{-jT_d\omega}}{j\omega(ab - \omega^2 + j\omega(a+b))} \text{에서 } \omega_p = \sqrt{ab} \text{ rad/sec이다.}$$

$$L(j\omega_p) = \frac{Ke^{-jT_d\sqrt{ab}}}{-ab(a+b)}, \quad |L(j\omega_p)| = \left| \frac{Ke^{-jT_d\sqrt{ab}}}{-ab(a+b)} \right| = \left| \frac{K}{ab(a+b)} \right|$$

$$K \text{와 } T_d \text{ 값이 1일 때 이득여유가 10 dB 이므로 } |L(j\omega_p)| = \left| \frac{1}{ab(a+b)} \right| = \sqrt{10}$$

$$\text{이득여유가 0 dB 일 때 } |L(j\omega_p)| = \left| \frac{K}{ab(a+b)} \right| = 1, \quad \left| \frac{1}{ab(a+b)} \right| = \sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$K = \sqrt{10}$$

10. 【정답】 ②

진상보상기(lead compensator) $C(s) = K \frac{s+1}{s+p}$ 로 놓으면

$$\text{시스템의 특성방정식 } 1 + K \frac{s+1}{s+p} \cdot \frac{1}{s(s+1)} = 0, \quad s^2 + ps + K = 0$$

$$\text{페루프 극점이 } s = -1 \pm 1j \text{ 이므로 특성방정식 } s^2 + 2s + 2 = 0$$

$$p = 2, \quad K = 2$$

따라서 진상보상기 극점의 위치는 $p = -2$ 이다.

11. 【정답】 ①

$$\textcircled{1} \text{ 근궤적 점근선의 각도 } \theta_a = \frac{(2k+1)}{2-1} \times 180^\circ \quad k=0 \text{ 이므로 점근선은 } \theta_a = 180^\circ \text{ 의}$$

1개다.

② 근궤적이 시작하는 점은 극점인 -1 과 -9 이다.

③ 실수축 상의 근궤적 $\sigma \leq -10$, $-9 \leq \sigma \leq -1$ 이므로 $s = -3$ 은 근궤적 상에 존재한다.

④ 근궤적의 분지(branch) 수는 페루프 극점의 수와 같은 2개다.

12. 【정답】 ③

$$K=4 \text{ 일 때 } G(j\omega) = \frac{4}{(j\omega+1)^2}, \quad |G(j\omega)| = \frac{4}{\omega^2+1} = 1$$

$$\omega = \sqrt{3} \text{ rad/sec, } G(j\sqrt{3}) = \frac{4}{(j\sqrt{3}+1)^2} = \frac{4}{-3+j2\sqrt{3}+1} = \frac{2}{-1+j\sqrt{3}}$$

$\angle G(j\sqrt{3}) = 0 - 120^\circ = -120^\circ$ 이므로 위상여유 $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이다.

13. 【정답】 ②

① 문제에 주어진 미분방정식이 2차이고 선형미분방정식이므로 2차 선형시스템이다.

주어진 미분방정식을 라플라스 변환하면 $(s^2 + 9s + 20)Y(s) = 20X(s)$

$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{20}{s^2 + 9s + 20}$ 이고 특성방정식이 좌반평면에 근이 존재하므로 안정하다.

② 시스템의 감쇠비 $\zeta = \frac{9}{2\sqrt{20}} > 1$ 이므로 1 이상이며, 과감쇠 응답이므로 출력의 과도

응답에 진동하는 파형을 포함하지 않는다.

③ 단위 계단 입력신호에 대한 이 시스템의 정상상태 출력은

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{s+20}{s^2+9s+20} = 1 \text{ 이다.}$$

④ 이 시스템의 고유주파수는 $\omega_n = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ rad/sec}$ 이다.

14. 【정답】 ③

$$X(s) = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 6s & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U(s) = \frac{1}{s^2+5s+6} \begin{bmatrix} s+5 & 1 \\ -6 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U(s) = \frac{1}{s^2+5s+6} \begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} U(s)$$

$$Y(s) = [1 \ 1] X(s), \quad Y(s) = \frac{1}{s^2+5s+6} [1 \ 1] \begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} U(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+6} U(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+1}{s^2+5s+6}$$

① 특성방정식은 $s^2 + 5s + 6 = 0$ 이다.

② $u(t) = 1$ 일 때 정상상태 출력 $y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{s+1}{s^2+5s+6} = \frac{1}{6}$ 이므로 정상상태

오차는 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ 이다.

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad \mathcal{L} \left(\begin{bmatrix} s & -1 \\ 6s & 5 \end{bmatrix}^{-1} \right) &= \mathcal{L} \left(\begin{bmatrix} \frac{s+5}{(s+2)(s+3)} & \frac{1}{(s+2)(s+3)} \\ -6 & s \end{bmatrix} \right) \\ &= \mathcal{L} \left(\begin{bmatrix} \frac{3}{s+2} - \frac{2}{s+3} & \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3} \\ -\frac{6}{s+2} + \frac{6}{s+3} & -\frac{2}{s+2} + \frac{3}{s+3} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 3e^{-2t} - 2e^{-3t} & e^{-2t} - e^{-3t} \\ -6e^{-2t} + 6e^{-3t} & -2e^{-2t} + 3e^{-3t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \quad AB = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix}, \quad CA = [1 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} = [-6 \ -4]$$

가제어성 행렬 : $S = [BAB] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$, $\det S = -1 \neq 0$

가관측성 행렬 : $V = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -6 & -4 \end{bmatrix}$, $\det V = 2$

따라서 제어 가능하고 관측 가능하다.

15. 【정답】 ③

$k = 3$ 일 때 특성방정식 $1 + \frac{3(s-1)}{s^3 + s^2 + s + 1} = 0$, $s^3 + s^2 + 4s - 2 = 0$

따라서 $\alpha\beta\gamma = -\frac{-2}{1} = 2$

16. 【정답】 ②

페루프 시스템의 특성방정식 $1 + \frac{k}{(s+1)(s+2)(s+3)} = 0$

$$s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + k = 0$$

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{ccc} s^3 & 1 & 11 \\ s^2 & 6 & 6+k \\ s^1 & \frac{66-(6+k)}{6} & \\ s^0 & 6+k & \end{array}$$

$$66 - (6+k) > 0, \quad 6+k > 0$$

$$-6 < k < 60, \text{ 문제에서 } k \geq 0 \text{ 이므로 제어이득 } k \text{의 범위는 } 0 \leq k < 60$$

17. 【정답】 ④

① 시스템의 감쇠비는 $\zeta = \frac{10}{2 \cdot 10} = 0.5$ 으로 1미만이므로, 부족 감쇠이므로 단위 계단

입력에 대한 출력 신호는 과도응답에 진동파형을 포함한다.

② 입력 $10\cos(10t)$ 에 대한 정상상태 출력은 입력신호와 같은 주파수이고

$$\angle T(j10) = \angle \left(\frac{100}{(j10)^2 + 10 \cdot j10 + 100} \right) = \angle (-j) = -\frac{\pi}{2} \text{이므로 } \frac{\pi}{2} \text{만큼}$$

지연된(delayed) 코사인 신호이다.

③ $\omega = 10 \text{ rad/sec}$ 일 때 $|T(j10)| = \left| \frac{100}{(j10)^2 + 10 \cdot j10 + 100} \right| = 1$ 이므로

대역폭 $BW > 10 [\text{rad/sec}] > 2\pi [\text{rad/sec}] = 1 [\text{Hz}]$ 이다.

따라서 시스템의 대역폭은 1Hz보다 크다.

$$\textcircled{4} \quad |T(j20)| = \left| \frac{100}{(j20)^2 + 10 \cdot j20 + 100} \right| = \frac{1}{\sqrt{(-3)^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

$\frac{1}{\sqrt{13}} < \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$ 이므로 각주파수 20rad/sec인 정현파 입력신호에 대한 정상상태

출력의 진폭은 입력신호의 진폭의 $\frac{1}{2}$ 미만이다.

18. 【정답】 ②

$$L(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega + 1)(j\omega + 4)} = \frac{K}{j\omega(4 - \omega^2 + 5j\omega)}$$

위상여유가 0° 이므로 $L(j\omega)$ 의 허수부는 0이다.

따라서 $4 - \omega^2 = 0$ 에서 $\omega_c = 2$ [rad/sec]

위상여유 0 dB 이므로 $|L(j\omega_c)| = \left| \frac{K}{-20} \right| = 1, K = 20$

19. 【정답】 ①

$$\text{이득 } |G(j2)| = \left| \frac{5}{3 + 2 \cdot 2j} \right| = \frac{5}{5} = 1$$

dB 단위 이득 $20 \log |G(j2)| = 0$ [dB]

20. 【정답】 ④

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{\frac{K}{s+3}}{1 + \frac{K_h K}{s+3}} \cdot \frac{1}{s}}{1 + \frac{\frac{K}{s+3}}{1 + \frac{K_h K}{s+3}} \cdot \frac{1}{s}} = \frac{\frac{K}{s+3 + K_h K} \cdot \frac{1}{s}}{1 + \frac{K}{s+3 + K_h K} \cdot \frac{1}{s}} = \frac{K}{s^2 + (3 + K_h K)s + K}$$

$$\omega_n = \sqrt{K} = 4 \text{ rad/sec}, K = 16$$

$$\zeta = \frac{3 + K_h K}{2\sqrt{K}} = 0.5, \frac{3 + 16K_h}{8} = 0.5, K_h = \frac{1}{16}$$