

2020년 제1차 경찰공무원(해경) 수학 해설

01. ③	02. ①	03. ②	04. ④	05. ③	06. ①	07. ④	08. ②	09. ①	10. ②
11. ③	12. ②	13. ①	14. ②	15. ②	16. ③	17. ③	18. ③	19. ④	20. ③

1. 【정답】 ③

$$\alpha^2 + k\alpha + 5 = 0$$

$$\alpha^2 + 5\alpha + k = 0$$

$$(k-5)\alpha + 5 - k = 0, (\alpha-1)(k-5) = 0$$

따라서 $\alpha = 1$ 이고 이때 $1 + k + 5 = 0$, $k = -6$ 이다.

$$k + \alpha = -6 + 1 = -5$$

2. 【정답】 ①

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = 2 \text{이므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 0 \text{이다.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a_n}{n}\right)^2 - 3}{\frac{a_n}{n} + 1 + \frac{2}{n}} = \frac{0 - 3}{0 + 1 + 0} = -3$$

3. 【정답】 ②

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 4, (x+2)^2 + (y-3)^2 = 2^2$$

따라서 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 중심이 원점인 원이 된다.

$$a + b + c = 2 - 3 + 4 = 3$$

4. 【정답】 ④

통분하면

$$\begin{aligned} Q &= \frac{(a+b)(c+1) + (b+c)(a+1) + (c+a)(b+1)}{(a+1)(b+1)(c+1)} \\ &= \frac{2(a+1)(b+1)(c+1) - 2abc - 2}{(a+1)(b+1)(c+1)} = 2 \end{aligned}$$

5. 【정답】 ③

전체 확률에서 20이 적힌 공이 나오지 않을 확률을 빼준다.

$$1 - \frac{{}^{19}C_2 \times {}^{19}C_2}{{}^{20}C_2 \times {}^{20}C_2} = 1 - \frac{81}{100} = \frac{19}{100}$$

6. 【정답】 ①

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cap B)^C - (A \cup B)^C = \{1, 2\}$$

모든 원소의 합은 $1 + 2 = 3$

7. 【정답】 ④

$x^2 + 2x = X$ 로 치환하면

$$X(X - 2) - 3 = X^2 - 2X - 3 = (X - 3)(X + 1)$$

$$(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)^2(x - 1)(x + 3)$$

$$a = 1, b = 3$$

$$ab = 3$$

8. 【정답】 ②

$$x = \frac{1}{\log_{25} 3} = \log_3 25$$

$$x = \log_a 5 = \log_3 25$$

$$\log_a 5 = 2 \log_3 5 = \log_{\sqrt{3}} 5$$

$$a = \sqrt{3}$$

9. 【정답】 ①

점근선의 방정식에 의해 $f(x) = \frac{k}{x-1} - 2$ 로 놓으면

$$f(2) = k - 2 = 3, k = 5$$

$$f(x) = \frac{5}{x-1} - 2 = \frac{5 - 2(x-1)}{x-1} = \frac{-2x+7}{x-1}$$

$$a = -2, b = 7, c = -1$$

$$abc = (-2) \cdot 7 \cdot (-1) = 14$$

10. 【정답】 ②

A에게 나눠준 1개, B에게 나눠준 3개, C에게 나눠준 2개를 제외한 6개의 노트를 A, B, C 세 명에게 분배하는 경우의 수와 같으므로 ${}_8C_2 = 28$ 가지이다.

11. 【정답】 ③

$$E(2X + 3) = 2E(X) + 3 = 13, E(X) = 5$$

$$E(X) = 20p = 5, p = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

12. 【정답】 ②

$$f(x) - g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + k - x^3 + x^2 - 3 = x^4 + 2x^2 + k - 3$$

$$f(0) - g(0) = k - 3, f(1) - g(1) = 1 + 2 + k - 3 = k$$

$$k(k - 3) < 0$$

$$0 < k < 3$$

따라서 정수 k 의 개수는 1, 2의 2개다.

13. 【정답】 ①

$$x + y + z = 5$$

$$x - y + z = -1$$

윗 식에서 아랫 식을 빼면 $2y = 6, y = 3$

$$x + z = 2$$

$$x - 9 + kz = -3, x + kz = 6$$

따라서 $k = 1$ 이면 $x + z = 2, x + z = 6$ 이 되어 해가 없게 된다.

14. 【정답】 ②

다항식 $x^3 + x^2 + x + 2$ 을 -1 에 대해 조립제법을 연속으로 쓰면

$$x^3 + x^2 + x + 2 = (x + 1)^3 - 2(x + 1)^2 + 2(x + 1) + 1$$

$$a + b + c + d = 1 - 2 + 2 + 1 = 2$$

15. 【정답】 ②

$$z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, 2z = 1 + \sqrt{3}i$$

$$4z^2 - 4z + 1 = -3, z^2 - z + 1 = 0$$

$$(z + 1)(z^2 - z + 1) = z^3 + 1 = 0, z^3 = -1$$

$$z^{10} + z^{20} = (z^3)^3 \cdot z + (z^3)^6 \cdot z^2 = -z + z^2 = -1$$

16. 【정답】 ③

$$\sum_{k=1}^{10} (k - \alpha^2)(k - \beta^2) = \sum_{k=1}^{10} k^2 - (\alpha^2 + \beta^2)k + (\alpha\beta)^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2)^2 - 2 \cdot (-1) = 4 + 2 = 6$$

$$(\alpha\beta)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$= \sum_{k=1}^{10} k^2 - 6k + 1 = 385 - 6 \cdot 55 + 10 = 65$$

17. 【정답】 ③

작은 근을 α 라 하면 큰 근은 $\alpha + 8$ 이다.

$$\alpha + \alpha + 8 = 2\alpha + 8 = -6$$

$$\alpha = -7$$

$$f(x) = (x+7)(x-1) = x^2 + 6x - 7$$

$$f(x) = x^2 + 6x + 9 - 16 = (x+3)^2 - 16$$

따라서 최솟값은 -16 이다.

18. 【정답】 ③

조건 p 가 조건 q 이기위한 필요조건이지만 충분조건이 아니므로 $P \supset Q$ 이어야 한다.

$$\textcircled{A} p: \frac{1-xy}{xy} < 0, xy(1-xy) < 0, xy(xy-1) > 0$$

$$p: xy < 0 \text{ 또는 } xy > 1$$

따라서 $P \supset Q$ 이다.

$$\textcircled{B} p: x^2 + y^2 > 0, p: x, y \text{는 모든 실수}$$

따라서 $P \supset Q$ 이다.

$$\textcircled{C} p: \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = 1, x+y=xy$$

따라서 $P = Q$ 이다.

$$\textcircled{D} q: y < 0 \text{이면 } p: |x| > y \text{이므로 } P \supset Q \text{이다.}$$

따라서 모두 3개다.

19. 【정답】 ④

$$S(k) = \sqrt{2k+1-2\sqrt{k^2+k}} = \sqrt{2k+1-2\sqrt{k(k+1)}} = \sqrt{(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})^2} \\ = \sqrt{k+1}-\sqrt{k}$$

$$\sum_{k=1}^{2020} S(k) = \sum_{k=1}^{2020} (\sqrt{k+1}-\sqrt{k}) = (\sqrt{2}-\sqrt{1}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{2021}-\sqrt{2020})$$

$$= \sqrt{2021}-\sqrt{1} = 43.XXX$$

따라서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43의 14개다.

20. 【정답】 ③

크기가 2인 표본을 임의추출할 때 확률분포를 표로 나타내면

$\bar{X}$	0	$\frac{1}{2}$	1	계
$P(\bar{X}=x)$	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{4}{9}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	1

$$P\left(\overline{X} \geq \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$