번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
정답	①	③	①	②	①	③	④	①	②	④	④	②	③	②	④	④	①	③	④	③

해설

1. $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$

$=\frac{(3-\sqrt{3})^2}{9-3}+\frac{(3+\sqrt{3})^2}{9-3}$

$=4$

답: ①

2. $w^3-1=0,\ (w-1)(w^2+w+1)=0$

w는 허근이므로 $w^3=1, w^2+w+1=0$

$w+w^3+w^5=w+1+w^2=0$

$w^7+w^9+w^{11}=w+1+w^2=0$

$w^{2019}=1, w^{2018}=w$ 이므로

$w+w^3+w^5+\cdots+w^{2017}+w^{2019}$

$=(w^3)^{672}w+(w^3)^{673}$

$=w+1$

답: ③

3. x^{100}을 $x(x-1)(x+1)$로 나눈 나머지를 $R(x)$라 하면

$R(1)=1,\ R(-1)=1,\ R(0)=0$

$R(x)$의 가능한 최대 최고차항의 계수는 2이므로 $R(x)=ax^2+bx+c$라 하면

$a+b+c=1,\ a-b+c=1,\ c=0$

연립하여 $a,\ b,\ c$의 값을 구하면

$a=1,\ b=0,\ c=0$

$\therefore R(x)=x^2$

답: ①

4. $\frac{2b}{a}$은 양수이므로, $\frac{2b}{a}+\frac{a}{2b}\geq 2\sqrt{\frac{2b}{a}\times\frac{a}{2b}}=2$ (산술 기하 평균)

최솟값은 2이다.

답: ②

5. 이차부등식 $f(x)<0$의 해가 $2<x<5$를 만족시키기 위한 $f(x)$는 $a(x-2)(x-5)$이다. (단 $a>0$)

$f(\frac{1}{2}x-1)=a(\frac{1}{2}x-3)(\frac{1}{2}x-6)<0$

$(x-6)(x-12)<0$

따라서 부등식 $f(\frac{1}{2}x-1)<0$을 만족시키는 정수x의 범위는 $6<x<12$이다.

이를 만족시키는 x의 개수는 5개이다.

답: ①

6. $x^2+ax+a-(2x+2)=0$

$x^2+(a-2)x+a+2=0$

D(판별식)$=(a-2)^2-4(a+2)=0$

$a^2-8a-4=0$

따라서 a의 값의 합은 8

답: ③

7. $(f\circ g)(4)=f(3^4)=\log_3 3^4=4$

답: ④

8. 원 $x^2+y^2=9$와 직선 $y=\sqrt{3}x+3$ 사이의 거리는

$d=\frac{|3|}{\sqrt{3+1}}=\frac{3}{2}$

$\therefore \overline{PQ}=2\sqrt{3^2-(\frac{3}{2})^2}=3\sqrt{3}$

답: ①

9. $12^{12}=x$라 할 때, 이 식 양변에 로그를 취하면

$12\log 12=\log x$

$12(2\log 2+\log 3)=\log x,\ \log x=12.9492$

따라서 12^{12}은 13자리 정수이다.

답: ②

10. $\frac{1}{1}+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+2018}$

$=\sum_{n=1}^{2018}\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}=\sum_{n=1}^{2018}\frac{2}{n(n+1)}=2\sum_{n=1}^{2018}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=2(1-\frac{1}{2019})$

답: ④

11. $\lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{8(x^4-4)}{(x^2-2)f(x^2)}=\lim_{k\to\sqrt{2}}\frac{8(x^2-2)(x^2+2)}{(x^2-2)f(x^2)}=\lim_{k\to\sqrt{2}}\frac{8(x^2+2)}{f(x^2)}$

$\frac{32}{f(2)}=4,\ \therefore f(2)=8$

답: ④

12. $x\to\infty$일 때

$\frac{2x^2-1+x}{x^2-1}<\frac{f(x)+x}{x^2-1}<\frac{2x^2+2x+1}{x^2-1}$

$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1+x}{x^2-1}\le\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+x}{x^2-1}\le\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+2x+1}{x^2-1}$

$2\le\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+x}{x^2-1}\le 2$

$\therefore 2$

답: ②

13. $(a\sqrt{3+1}-b)f(3)=0,\ 2a=b$ $\cdots$①

①을 식 $(a\sqrt{x+1}-b)f(x)=x-3$에 대입하면

$f(x)=\frac{x-3}{a(\sqrt{x+1}-2)}$

$x\ge-1$에서 함수 $f(x)$는 연속이므로 $f(3)=\lim_{x\to3+}f(x)=2$

$$\lim_{x\to3+}\frac{x-3}{a(\sqrt{x+1}-2)}=\lim_{x\to3+}\frac{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}{a(x-3)}=\frac{4}{a}=2$$

$\therefore a=2,\ b=4$

답: ③

14. $b_n=\dfrac{\sqrt{n+6}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}+a_n$이라 할 때

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로 $\lim\limits_{n\to0}b_n=0$을 만족시킨다.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n+6}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}+a_n\right)=1+\lim_{n\to\infty}a_n=0$$

$\therefore \lim\limits_{n\to\infty}a_n=-1$

답: ②

15. $a_n=a+(n-1)d_1,\ b_n=b+(n-1)d_2$ 이라 할 때

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}(a+(k-1)d_1)=na+\frac{(n-1)n}{2}d_1$$

$$T_n=\sum_{k=1}^{n}(b+(k-1)d_2)=nb+\frac{(n-1)n}{2}d_2$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{S_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{nb+\frac{(n-1)n}{2}d_2}{na+\frac{(n-1)n}{2}d_1}=\frac{d_2}{d_1}=\frac{2}{3},\ \ 2d_1=3d_2$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\frac{d_1}{d_2}=\frac{3}{2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4a_n-3b_n}{2a_n+3b_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{4\frac{a_n}{b_n}-3}{2\frac{a_n}{b_n}+3}=\frac{4\times\frac{3}{2}-3}{2\times\frac{3}{2}+3}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

(다른풀이)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4a_n-3b_n}{2a_n+3b_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{4a+4(n-1)d_1-3b-3(n-1)d_2}{2a+2(n-1)d_1+3b+3(n-1)d_2}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{4a-3b+2(n-1)d_1}{2a+3b+4(n-1)d_1}=\frac{1}{2}$$

답: ④

16. $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x$, $f'(x)=x+1$

$$\sum_{k=1}^{10}\lim_{h\to 0}\frac{f(k+\frac{1}{2}h)-f(k-\frac{1}{2}h)}{h}=\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{2}(\lim_{h\to 0}\frac{f(k+\frac{1}{2}h)-f(k)}{\frac{1}{2}h}+\lim_{h\to 0}\frac{f(k-\frac{1}{2}h)-f(k)}{-\frac{1}{2}h})$$

$$=\sum_{k=1}^{10}f'(k)$$

$$\sum_{k=1}^{10}f'(k)=\sum_{k=1}^{10}(k+1)=\frac{10\cdot 11}{2}+10=65$$

답: ④

17. 연속함수이므로 $\lim_{x\to 1+}f(x)=f(1)$

$0=-1-1+a$, $a=2$

$f(x)=\begin{cases} x(x-1) & (x>1) \\ -x^2-x+2 & (x\le 1)\end{cases}$ 에서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f(\frac{k}{n})=\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1(-x^2-x+2)dx=[-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x]_0^1=\frac{7}{6}$$

답: ①

18. i) $z=0$일 때

$x^2+2y=6$

가능한 순서쌍은 $(x,y)=(0,3)$, $(2,1)$ 2개다.

ii) $z=1$일 때

$x^2+2y=2$

가능한 순서쌍은 $(x,y)=(0,1)$ 1개다.

따라서 조건을 만족시키는 순서쌍의 개수는 3이다.

답: ③

19. $P(2\le X\le 3)=\frac{1}{9}(3)^3+\frac{a}{3}(3)^2=1$

$a=-\frac{2}{3}$, $P(2 \le X \le t)=\int_{2}^{t} f(x)dx=\frac{1}{9}t^3-\frac{2}{9}t^2$

$P(X=t)=f(t)=\frac{1}{3}t^2-\frac{4}{9}t$

$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{9}x$

$E(X)=\int_{2}^{3} xf(x)dx=\int_{2}^{3}(\frac{1}{3}x^3-\frac{4}{9}x^2)dx=[\frac{1}{12}x^4-\frac{4}{27}x^3]_2^3=\frac{11}{4}-\frac{4}{27}$

답: ④

20. 치료되는 환자의 수를 X라 하면 X는 이항분포 B(1000,0.9)를 따른다.

$E(x)=1000\times 0.9=900$, $V(x)=1000\times 0.9\times 0.1=90$ $\sigma(X)=\sqrt{90}=3\sqrt{10}=9.5$이는 정규분포 $N(900,90)$을 따르고, $Z=\frac{X-900}{3\sqrt{10}}$이라 하면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$P(\overline{X}\ge 919)=P(Z\ge \frac{919-900}{3\sqrt{10}})=P(Z\ge 2)$

$P(Z\ge 2)=0.5-P(0\le Z\le 2)=0.5-0.48=0.02$

따라서 치료되는 환자의 수가 919명 이상일 확률은 0.02이다.

답: ③