

2018년 제2차 경찰공무원(순경) 수학 해설

01. ①	02. ③	03. ①	04. ②	05. ①	06. ③	07. ④	08. ①	09. ②	10. ④
11. ④	12. ②	13. ③	14. ②	15. ④	16. ④	17. ①	18. ③	19. ④	20. ③

1. 【정답】 ①

$$x+y=3+\sqrt{3}+3-\sqrt{3}=6$$

$$xy=(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})=9-3=6$$

$$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}=\frac{6^2-2\cdot 6}{6}=4$$

2. 【정답】 ③

$$\omega^3-1=(\omega-1)(\omega^2+\omega+1)=0, \omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$$

$$\omega+\omega^3+\omega^5=\omega+1+\omega^2=0$$

$$\omega^7+\omega^9+\omega^{11}=\omega+1+\omega^2=0$$

$$\omega^{2019}=1 \text{ 이므로}$$

$$\omega+\omega^3+\omega^5+\dots+\omega^{2017}+\omega^{2019}=672(\omega+1+\omega^2)+\omega+1=\omega+1$$

3. 【정답】 ①

$$x^{100}=x(x-1)(x+1)Q(x)+ax^2+bx+c$$

$$0=c$$

$$1=a+b+c$$

$$1=a-b+c$$

$$a=1, b=0, c=0, \text{ 따라서 나머지는 } x^2$$

4. 【정답】 ②

$$\frac{2b}{a}+\frac{a}{2b}\geq 2\sqrt{\frac{2b}{a}\cdot\frac{a}{2b}}=2$$

따라서 최솟값은 2

5. 【정답】 ①

$$a(x-2)(x-5)<0, (a>0)$$

$$a\left(\frac{1}{2}x-1-2\right)\left(\frac{1}{2}x-1-5\right)<0, a(x-6)(x-12)<0$$

$$6<x<12$$

정수 x 는 7, 8, 9, 10, 11의 5개

6. 【정답】 ③

$$x^2 + ax + a = 2x + 2$$

$$x^2 + (a-2)x + a-2 = 0$$

$$D = (a-2)^2 - 4(a-2) = 0$$

$$(a-2)(a-2-4) = 0, (a-2)(a-6) = 0$$

$$a = 2, 6$$

$$2+6=8$$

7. 【정답】 ④

$$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(3^4) = f(81) = \log_3 81 = 4$$

8. 【정답】 ①

원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선 $y = \sqrt{3}x + 3$ 사이의 거리는

$$d = \frac{|3|}{\sqrt{3+1}} = \frac{3}{2}$$

$$\overline{PQ} = 2\sqrt{3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 3\sqrt{3}$$

9. 【정답】 ②

$$\log 12^{12} = 12 \log 12 = 12(2 \log 2 + \log 3)$$

$$= 12(2 \times 0.3010 + 0.4771) = 12.9492 \text{이므로 } 13 \text{자리 정수이다.}$$

10. 【정답】 ④

$$\sum_{k=1}^{2018} \frac{1}{\frac{k(k+1)}{2}} = \sum_{k=1}^{2018} \frac{2}{k(k+1)} = 2 \sum_{k=1}^{2018} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} \right) = 2 \left(1 - \frac{1}{2019} \right)$$

11. 【정답】 ④

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{8(x^4 - 4)}{(x^2 - 2)f(x^2)} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{8(x^2 - 2)(x^2 + 2)}{(x^2 - 2)f(x^2)} = \frac{32}{f(2)} = 4$$

$$f(2) = 8$$

12. 【정답】 ②

$$2x^2 + x - 1 < f(x) + x < 2x^2 + 2x + 1$$

$$\frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 1} < \frac{f(x) + x}{x^2 - 1} < \frac{2x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} = 2 \text{ 이므로 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + x}{x^2 - 1} = 2$$

13. 【정답】 ③

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{a\sqrt{x+1} - b} = f(3) = 2$$

$$2a - b = 0, \quad b = 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{a\sqrt{x+1} - 2a} = \frac{1}{a} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x+1} - 2} = \frac{1}{a} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3(\sqrt{x+1} + 2)}{x - 3} = \frac{4}{a} = 2$$

$$a = 2, \quad b = 4$$

$$a + b = 2 + 4 = 6$$

14. 【정답】 ②

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n+6} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} + a_n \right) = 0 \text{ 이므로 } b_n = \frac{\sqrt{n+6} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} + a_n \text{ 이라 하면}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(b_n - \frac{\sqrt{n+6} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \right) = 0 - \frac{1+1}{1+1} = -1$$

15. 【정답】 ④

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d_1 , 수열 $\{b_n\}$ 의 공차를 d_2 라 하면

$$S_n = \frac{d_1}{2}n^2 + an, \quad T_n = \frac{d_2}{2}n^2 + bn \text{ 으로 나타낼 수 있다.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{d_2}{2}n^2 + an}{\frac{d_1}{2}n^2 + bn} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{2}{3}$$

이때 $a_n = d_1n + c$, $b_n = d_2n + d$ 로 나타낼 수 있고, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{3}{2}$ 이므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4a_n - 3b_n}{2a_n + 3b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4\frac{a_n}{b_n} - 3}{2\frac{a_n}{b_n} + 3} = \frac{4 \times \frac{3}{2} - 3}{2 \times \frac{3}{2} + 3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

16. 【정답】 ④

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(k + \frac{1}{2}h\right) - f\left(k - \frac{1}{2}h\right)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{2} \frac{f\left(k + \frac{1}{2}h\right) - f(k)}{\frac{1}{2}h} + \frac{1}{2} \frac{f\left(k - \frac{1}{2}h\right) - f(k)}{-\frac{1}{2}h} \\ &= \frac{1}{2}f'(k) + \frac{1}{2}f'(k) = f'(k) \\ \sum_{k=1}^{10} f'(k) &= \sum_{k=1}^{10} (k+1) = 55 + 10 = 65\end{aligned}$$

17. 【정답】 ①

$$0 = -1 - 1 + a, \quad a = 2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 (-x^2 - x + 2) dx = \left[-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x \right]_0^1 = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 = \frac{7}{6}$$

18. 【정답】 ③

1) $z = 0$ 인 경우

$x^2 + 2y = 6$ 이므로 만족하는 순서쌍은 $(2, 1, 0), (0, 3, 0)$ 의 2개다.

2) $z = 1$ 인 경우

$x^2 + 2y = 2$ 이므로 만족하는 순서쌍은 $(0, 1, 1)$ 의 1개다.

따라서 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 3개

19. 【정답】 ④

$$P(2 \leq X \leq 3) = 3 + 3a = 1, \quad a = -\frac{2}{3}$$

연속확률변수 X 의 확률밀도 함수를 $f(x)$ 라 하면 $\int_2^t f(x) dx = \frac{1}{9}t^3 - \frac{2}{9}t^2$ 이므로

$$f(t) = \frac{1}{3}t^2 - \frac{4}{9}t$$

$$\begin{aligned}E(X) &= \int_2^3 t \left(\frac{1}{3}t^2 - \frac{4}{9}t \right) dt = \left[\frac{1}{12}t^4 - \frac{4}{27}t^3 \right]_2^3 = \frac{65}{12} - \frac{76}{27} \\ &= \frac{65}{12} - \frac{76}{27} = \frac{33}{12} + \frac{32}{12} - \frac{72}{27} - \frac{4}{27} = \frac{33}{12} - \frac{4}{27} = \frac{11}{4} - \frac{4}{27}\end{aligned}$$

20. 【정답】 ③

치료되는 환자의 수를 X 라 하면 X 는 이항분포 $B(1000, 0.9)$ 를 따른다.

$$E(X) = 1000 \times 0.9 = 900$$

$$V(X) = 900 \times 0.1 = 90$$

$$\sigma(X) = \sqrt{90} = 3\sqrt{5} = 9.5$$

확률변수 X 는 정규분포 $N(900, 9.5^2)$ 을 따른다.

$$P(X \geq 919) = P\left(Z \geq \frac{919 - 900}{9.5}\right) = P(Z \geq 2) = 0.5 - 0.48 = 0.02$$