

2020년 서울시 지적직 9급 수학 B책형 해설

01. ②	02. ③	03. ①	04. ④	05. ④	06. ①	07. ④	08. ②	09. ②	10. ①
11. ③	12. ③	13. ④	14. ①	15. ②	16. ④	17. ②	18. ③	19. ②	20. ①

1. 【정답】 ②

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-a)^2 - 2(a-1) = 1$$

$$a^2 - 2a + 2 = 1, (a-1)^2 = 0$$

$$a = 1$$

2. 【정답】 ③

$$f(3-1) = f(2) = 4$$

$$3^2 f(3+1) = 9f(4) = 0, f(4) = 0$$

$$(-1)^2 f(-1+1) = f(0) = 0$$

$$f(x) = ax(x-4) \text{로 놓을 수 있으며 } f(2) = 4 \text{이므로 } a = -1 \text{이다.}$$

$$f(-2) = (-1) \cdot (-2) \cdot (-2-4) = -12$$

3. 【정답】 ①

수열 $\{2a_n\}$ 의 공차가 6이므로 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는 3이다.

$$a_n = 4 + 3(n-1) = 3n + 1$$

$$a_{10} = 3 \cdot 10 + 1 = 31$$

4. 【정답】 ④

$$\int (2x+3)f'(x)dx = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + C \text{의 양변을 미분하면}$$

$$(2x+3)f'(x) = x^2 + 2x - 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1-h) - f(-1+h)}{2h} = -\frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1-h) - f(-1)}{-h} - \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

$$= -\frac{1}{2}f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-1) = -f'(-1)$$

$$(-2+3)f'(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 1$$

$$f'(-1) = 1 - 2 - 1 = -2, -f'(-1) = 2$$

5. 【정답】 ④

$$P(A \cap B^c) = P(A \cup B) - P(B) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8-3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{\frac{5}{12}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{5}{12 - 3} = \frac{5}{9}$$

6. 【정답】 ①

$$y' = 3x^2 + 1, \quad y'_{x=1} = 3 + 1 = 4$$

$$y' = 2ax + b, \quad y'_{x=1} = 2a + b$$

서로 직교하는 접선을 가지므로 $4(2a + b) = -1$

$y = ax^2 + bx + 3$ 이 $(1, 2)$ 를 지나므로 $a + b + 3 = 2, \quad a + b = -1$

$$a = \frac{3}{4}, \quad b = -\frac{7}{4}, \quad \frac{b}{a} = -\frac{7}{3}$$

7. 【정답】 ④

$$\log_4 x - \log_x 2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\log_x 4} - \log_x 2 = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2\log_x 2} - \log_x 2 = \frac{1}{2}$$

$$\log_x 2 = t \text{로 치환하면 } \frac{1}{2t} - t = \frac{1}{2}, \quad 1 - 2t^2 = t$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$(2t - 1)(t + 1) = 0$$

$$\log_x 2 = \frac{1}{2}, \quad \log_x 2 = -1 \text{이므로 } x^{\frac{1}{2}} = 2, \quad x^{-1} = 2$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}, \text{ 모든 } x \text{의 합은 } 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

8. 【정답】 ②

$\frac{a_n}{n+1} = b_n$ 이라 하면 $\sum_{k=1}^n b_k = n^2 + n$ 으로부터 b_n 은 첫째항 2, 공차 2인 등차수열임을

알 수 있다. 따라서 $b_n = 2n$ 이다.

$$a_n = b_n(n+1) = 2n(n+1)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{20} \frac{1}{2k(k+1)} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{20} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{20} - \frac{1}{21} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{21} \right) = \frac{10}{21} \end{aligned}$$

$$p + q = 21 + 10 = 31$$

9. 【정답】 ②

$0 \leq x \leq 1$ 일 때 $x^4 - 3x^3 + 2x^2 > x - 1$ 이므로

$$\begin{aligned} \int_0^1 \{(x^4 - 3x^3 + 2x^2) - (x - 1)\} dx &= \int_0^1 (x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1) dx \\ &= \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x \right]_0^1 = \frac{1}{5} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{37}{60} \end{aligned}$$

10. 【정답】 ①

z^2 이 음의 실수가 되어야 하므로 z 는 순허수가 되어야 한다.

$$z = -x^2 + x + 2 + (x^2 - 3x + 2)i$$

$$-x^2 + x + 2 = 0, (x - 2)(x + 1) = 0$$

$x = 2$ 이면 허수부 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 이 되므로 $x = -1$ 이다.

11. 【정답】 ③

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 5, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 1$ 이므로 $f(x) = a(x-2)(x-3)(x-p)$ 로 놓을 수 있다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = a \cdot (-1) \cdot (2-p) = a(p-2) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = a \cdot 1 \cdot (3-p) = a(3-p) = 1$$

$$\frac{p-2}{3-p} = 5, p = \frac{17}{6}$$

$$a = \frac{1}{3-p} = \frac{1}{3-\frac{17}{6}} = \frac{6}{18-17} = 6$$

12. 【정답】 ③

$$f(12) = \sum_{i=1}^{12} i^2 + \sum_{i=1}^{12} i + \sum_{i=1}^{12} 3 = \frac{12 \cdot 13 \cdot 25}{6} + \frac{12 \cdot 13}{2} + 3 \cdot 12 = 650 + 78 + 36 = 764$$

13. 【정답】 ④

$$1 - a + 3 = 1, a = 3$$

$$x^{100} - 3x^2 + 3 = (x-1)f(x) + 1$$

양변을 미분하면

$$100x^{99} - 6x = f(x) + (x-1)f'(x)$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$100 - 6 = f(1), f(1) = 94$$

14. 【정답】 ①

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 4$$

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

두 원의 넓이를 모두 이등분하는 직선은 두 원의 중심 $(-1, 2)$, $(0, -3)$ 을 지나는 직선이다.

$$y+3 = \frac{-3-2}{0-(-1)}x, y = -5x-3$$

따라서 기울기는 -5 이다.

15. 【정답】 ②

$f(x) = a(x+1)(x-2)$ 으로 놓을 수 있다. ($a > 0$)

$$f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = a\left(\frac{2x-1}{3}+1\right)\left(\frac{2x-1}{3}-2\right) = a\left(\frac{2x+2}{3}\right)\left(\frac{2x-7}{3}\right)$$

따라서 $f\left(\frac{2x-1}{3}\right) \leq 0$ 의 해는 $-1 \leq x \leq \frac{7}{2}$ 이므로 정수 x 의 개수는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개다.

16. 【정답】 ④

$$\text{전개식의 일반항은 } {}_7C_r(2x^2)^{7-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r$$

$$2(7-r)-r=2, r=4$$

$${}_7C_4 \cdot 2^3 \cdot (-1)^4 = 280$$

17. 【정답】 ②

P 를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $P'(3, -1)$

S 를 y 축에 대하여 대칭이동하면 $S'(-1, 2)$

$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS}$ 의 최솟값은 $\overline{P'S'}$ 이다.

$$\overline{P'S'} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

18. 【정답】 ③

$$a \cdot 2^2 + 2(k+1) - b(2+k) + a + 3 = 0$$

$$(2-b)k + 5a - 2b + 5 = 0$$

k 에 관한 항등식이므로 $b = 2, 5a = 2b - 5 = -1$

$$5a + b = -1 + 2 = 1$$

19. 【정답】 ②

$$f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x$$

$$f'(x) = 3x^2 + x + 2 = 4$$

$$3x^2 + x - 2 = 0$$

$$(3x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = \frac{2}{3}$$

20. 【정답】 ①

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta, \quad \sin(\theta + \pi) = -\sin\theta$$

$$y = \sin^2\theta - 3\cos^2\theta + 4\sin\theta = \sin^2\theta - 3(1 - \sin^2\theta) + 4\sin\theta$$

$$y = 4\sin^2\theta + 4\sin\theta - 3$$

$$\sin\theta = t \text{ 로 치환하면 } y = 4t^2 + 4t - 3 \quad (-1 \leq t \leq 1)$$

$$y = 4\left(t^2 + t + \frac{1}{4}\right) - 1 - 3 = 4\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 - 4$$

$$\text{최댓값 } M \text{ 은 } t = 1 \text{ 일 때 } M = 4 + 4 - 3 = 5$$

$$\text{최솟값 } m \text{ 은 } t = -\frac{1}{2} \text{ 일 때 } m = -4$$

$$M + m = 5 - 4 = 1$$