

2019년 제1차 경찰공무원(순경) 수학 해설

01. ④	02. ③	03. ②	04. ②	05. ①	06. ④	07. ②	08. ①	09. ③	10. ①
11. ④	12. ④	13. ②	14. ①	15. ③	16. ④	17. ①	18. ②	19. ③	20. ④

1. 【정답】 ④

$$f(x) = (x-1)(x-3)(x-p) + 3$$

$$f(2) = -(2-p) + 3 = 0$$

$$p = -1$$

$$f(4) = (4-1)(4-3)(4+1) + 3 = 18$$

2. 【정답】 ③

$$\omega^{19} = (\omega^3)^6 \omega = \omega, \quad \bar{\omega}^{19} = (\bar{\omega}^3)^6 \bar{\omega} = \bar{\omega}$$

$$(2 - \omega^{19})(2 - \bar{\omega}^{19}) = (2 - \omega)(2 - \bar{\omega}) = 4 - 2(\omega + \bar{\omega}) + \omega\bar{\omega}$$

$$\omega + \bar{\omega} = -1, \quad \omega\bar{\omega} = 1$$

$$= 4 + 2 + 1 = 7$$

3. 【정답】 ②

$$x^2 + (a-y)x - 2(y^2 + 4y + 4)$$

$$= x^2 + (a-y)x - 2(y+2)^2$$

인수분해하면 $(x - 2y - 4)(x + y + 2)$ 와 같아야 하므로

$$a = -4 + 2 = -2$$

4. 【정답】 ②

$$\frac{2}{2a} + \frac{3}{b} = 1, \quad \frac{1}{a} + \frac{3}{b} = 1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{b} \geq 2\sqrt{\frac{3}{ab}}$$

$$1 \geq 2\sqrt{\frac{3}{ab}}, \quad ab \geq 12$$

5. 【정답】 ①

직선 $y = ax + 2a + 3 = a(x+2) + 3$ 은 a 값에 관계없이 점 $(-2, 3)$ 을 지나므로

점 $A(-1, 1)$ 과 직선 $y = ax + 2a + 3$ 사이의 거리의 최댓값은

점 $(-2, 3)$ 과 점 $A(-1, 1)$ 사이의 거리와 같다.

$$= \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

6. 【정답】 ④

$$y = (x - k)^2 - k - 2$$

$$3 = (1 - k)^2 - k - 2$$

$$k^2 - 3k - 4 = 0, (k - 4)(k + 1) = 0$$

꼭짓점이 제3사분면 위에 있으므로 $k < 0$ 인 $k = -1$ 이다.

$$y = (x + 1)^2 - 1$$

최솟값은 $x = -1$ 일 때 -1

7. 【정답】 ②

주어진 원을 y 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 원의 중심의 좌표는 $(-1, 2)$ 이다. 따라서 a 값은 두 원의 중심 사이의 거리에 반지름의 2배를 더한 값이고, b 값은 두 원의 중심 사이의 거리에 반지름의 2배를 뺀 값이다.

$$a = \sqrt{2^2 + 1^2} + 2 = \sqrt{5} + 2$$

$$b = \sqrt{2^2 + 1^2} - 2 = \sqrt{5} - 2$$

$$a + b = 2\sqrt{5}$$

8. 【정답】 ①

$$f(x) = \frac{kx + 1}{x + 2} = \frac{k(x + 2) - 2k + 1}{x + 2} = \frac{-2k + 1}{x + 2} + k$$

$$g(x) = \frac{-2k + 1}{x + 4} + k + 3, \text{ 따라서 두 점근선의 교점은 } (-4, k + 3)$$

$$\frac{-2k + 1}{-4 + 2} + k = k + 3, k = \frac{7}{2}$$

9. 【정답】 ③

$$\sum_{k=1}^{10} (k - \alpha^2)(k - \beta^2) = \sum_{k=1}^{10} (k^2 - k(\alpha^2 + \beta^2) + (\alpha\beta)^2)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 + 2 = 3, \alpha\beta = -1$$

$$= \sum_{k=1}^{10} (k^2 - 3k + 1) = 385 - 3 \cdot 55 + 10 = 230$$

10. 【정답】 ①

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} + a_{n+2}) = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$$

$$b_n = 3a_n + 7 \text{이라 하면 } a_n = \frac{1}{3}(b_n - 7)$$

$$2\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3}(b_n - 7) = -\frac{14}{3}$$

11. 【정답】 ④

방정식 $-n^3 + 15n^2 - 66n + 80 = 0$ 의 해 중 하나는 $n = 2$ 이므로 조립제법을 써서 인수 분해하면

$$(n-2)(-n^2 + 13n - 40) = -(n-2)(n-5)(n-8) > 0$$

$$(n-2)(n-5)(n-8) < 0 \text{의 해는 } n < 2 \text{ 또는 } 5 < n < 8$$

모든 자연수 n 의 값의 합은 $1 + 6 + 7 = 14$

12. 【정답】 ④

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+2\beta} - \sqrt{x+2\alpha}) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \frac{(\sqrt{x+2\beta} - \sqrt{x+2\alpha})(\sqrt{x+2\beta} + \sqrt{x+2\alpha})}{\sqrt{x+2\beta} + \sqrt{x+2\alpha}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x}(\beta - \alpha)}{\sqrt{x+2\beta} + \sqrt{x+2\alpha}} = \beta - \alpha \\ \beta - \alpha &= \frac{\sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{1} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. 【정답】 ②

$g(x) = (f(x))^2 = x^2$ 이므로 불연속점의 개수 $a = 0$ 이다.

$h(x) = (x-1)f(x) = \begin{cases} x(x-1) & |x| \geq 1 \\ -x(x-1) & |x| < 1 \end{cases}$ 이므로 $x = -1$ 에서 불연속이다.

$$b = 1$$

$$a + b = 0 + 1 = 1$$

14. 【정답】 ①

$$y' = 2x + 1$$

$$y = (2k+1)(x-k) + k^2 + k$$

$$-2 = (2k+1)(1-k) + k^2 + k$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0, k = -1, 3$$

$$y = -(x-1) - 2, y = 7(x-1) - 2$$

$$f_1(2) + f_2(2) = -3 + 5 = 2$$

15. 【정답】 ③

$$f'(x) = 2x(x-a) + x^2 - 2 = 3x^2 - 2ax - 2$$

$$\alpha + \beta = \frac{2a}{3} = \frac{2}{3}, \quad a = 1$$

$$\alpha\beta = -\frac{2}{3}, \quad f(3\alpha\beta) = f(-2) = (4-2)(-2-1) = -6$$

16. 【정답】 ④

$$\begin{aligned} \int_0^3 \frac{x^2+1}{2x+2} dx - \int_0^3 \frac{1}{y+1} dy &= \int_0^3 \frac{1}{2} \frac{x^2+1}{x+1} dx - \int_0^3 \frac{1}{x+1} dx \\ &= \int_0^3 \frac{\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}}{x+1} dx = \int_0^3 \frac{1}{2} \frac{x^2-1}{x+1} dx = \int_0^3 \frac{1}{2} (x-1) dx = \left[\frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x \right]_0^3 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

17. 【정답】 ①

문제의 주어진 식의 양변을 미분하면

$$f(x) - 5x = f(x) + xf'(x) - 6x^2 + 10x$$

$$xf'(x) = 6x^2 - 15x, \quad f'(x) = 6x - 15$$

$$f(x) = 3x^2 - 15x + C, \quad -4 = 3 - 15 + C, \quad C = 8$$

$$f(x) = 3x^2 - 15x + 8$$

$$f(x) = 3 \left(x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2} \right)^2 \right) - 3 \left(\frac{5}{2} \right)^2 + 8$$

$$f(x) = 3 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 - \frac{43}{4}, \quad \text{함수 } f(x) \text{의 최솟값은 } -\frac{43}{4}$$

18. 【정답】 ②

먼저 $f(2) = 0$ 이다.

$f(x)$ 의 부정적분 중 하나를 $F(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2-4} \left(\int_2^x f(t) dt - f(x) \right) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{x^2-4} - \frac{f(x)}{x^2-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{(x-2)(x+2)} - \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} f(2) - \frac{1}{4} f'(2) = 4 \\ f'(2) &= -16 \end{aligned}$$

19. 【정답】 ③

여집합의 확률로 구하면 1번 시행하였을 때 20이 적힌 공이 나오지 않을 확률은 $\frac{{}^{19}C_2}{{}^{20}C_2}$ 이다.

$$1 - \frac{{}^{19}C_2}{{}^{20}C_2} \times \frac{{}^{19}C_2}{{}^{20}C_2} = 1 - \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{19}{100}$$

20. 【정답】 ④

X 는 정규분포 $N(m, 3.6^2)$ 을 따르므로

$\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(m, \frac{3.6^2}{36}\right) = N(m, 0.6^2)$ 을 따른다.

$$P(\bar{X} \geq 20) = P\left(Z \geq \frac{20 - m}{0.6}\right) = 0.0062 \text{ 이므로 } \frac{20 - m}{0.6} = 2.5$$

$$m = 18.5$$