

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $2^2 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

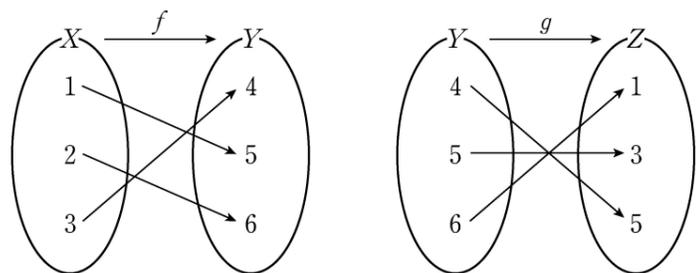
3. 두 집합

$$A = \{1, 7\}, B = \{1, 2, a\}$$

에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(나형)

5. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x = a,$$

$$q: x^2 - 3x - 4 \leq 0$$

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $f(x) = x^3 - ax + 6$ 이 $x = 1$ 에서 극소일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 3, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 7$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k^2 - a_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

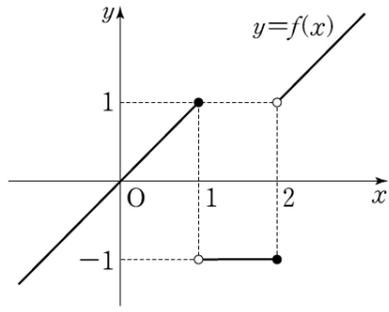
8. 함수 $y = \sqrt{2(x+3)}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 일치하였다. 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

9. 함수 $y = \frac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=a, y=b$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{5}\right)^n$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

12. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

13. 좌표평면 위의 두 점 $(1, \log_2 5)$, $(2, \log_2 10)$ 을 지나는 직선의 기울기는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 어느 인공지능 시스템에 고양이 사진 40장과 강아지 사진 40장을 입력한 후, 이 인공지능 시스템이 각각의 사진을 인식하는 실험을 실시하여 다음 결과를 얻었다.

(단위: 장)

입력 \ 인식	고양이 사진	강아지 사진	합계
고양이 사진	32	8	40
강아지 사진	4	36	40
합계	36	44	80

이 실험에서 입력된 80장의 사진 중에서 임의로 선택한 1장이 인공지능 시스템에 의해 고양이 사진으로 인식된 사진일 때, 이 사진이 고양이 사진일 확률은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

6

수학 영역(나형)

15. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 4(a_2 - a_1), \quad \sum_{k=1}^6 a_k = 15$$

일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 + at^2 + bt \quad (a, b \text{는 상수})$$

이다. 시간 $t=1$ 에서 점 P가 운동 방향을 바꾸고,
시간 $t=2$ 에서 점 P의 가속도는 0이다. $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

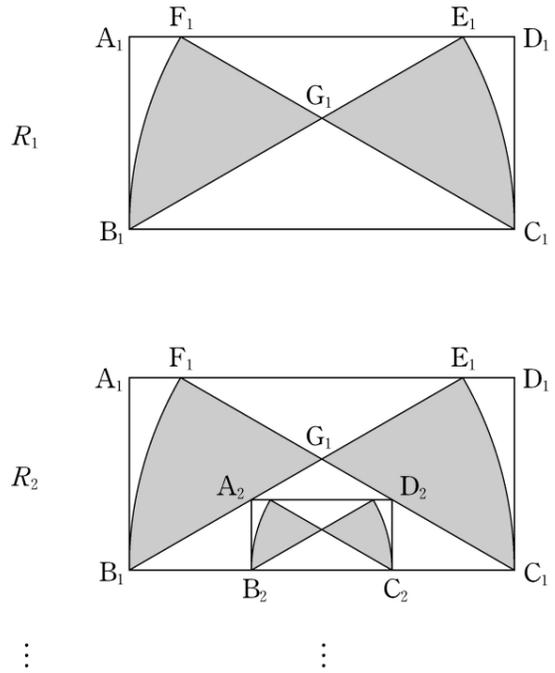
17. 함수 $f(x) = ax^2 + b$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$4f(x) = \{f'(x)\}^2 + x^2 + 4$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

18. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1, \overline{A_1D_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 위의 $\overline{B_1C_1}=\overline{B_1E_1}, \overline{C_1B_1}=\overline{C_1F_1}$ 인 두 점 E_1, F_1 에 대하여 중심이 B_1 인 부채꼴 $B_1E_1C_1$ 과 중심이 C_1 인 부채꼴 $C_1F_1B_1$ 을 각각 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부에 그리고, 선분 B_1E_1 과 선분 C_1F_1 의 교점을 G_1 이라 하자. 두 선분 G_1F_1, G_1B_1 과 호 F_1B_1 로 둘러싸인 부분과 두 선분 G_1E_1, G_1C_1 과 호 E_1C_1 로 둘러싸인 부분인 \bowtie 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 B_1G_1 위의 점 A_2 , 선분 C_1G_1 위의 점 D_2 와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2}=1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 내부에 \bowtie 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}\pi-7}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{3}\pi-12}{9}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}\pi-5}{9}$
 ④ $\frac{4\sqrt{3}\pi-10}{9}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}\pi-8}{9}$

19. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 세 수 a, b, c 가 $a < b - 2 \leq c$ 를 만족시킬 확률은? [4점]

- ① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{5}{54}$ ④ $\frac{11}{108}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

20. 자연수 n 에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수 a, b, c, d 가 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k 에 대하여 $c+d=2k$ 이어야 한다.
 $c+d=2k$ 인 경우는 (1) 음이 아닌 정수 k_1, k_2 에 대하여 $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수 k_3, k_4 에 대하여 $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우이다.

(1) $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

(2) $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $\boxed{\text{나}}$ 이다.

(1), (2)에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수 a_n 은

$$a_n = \boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}}$$

이다. 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m \boxed{\text{나}} = {}_{m+3}C_4$$

이므로

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(6)+g(5)+r$ 의 값은? [4점]

- ① 893 ② 918 ③ 943 ④ 968 ⑤ 993

21. 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-1) > -1$
 (나) $f(1) - f(-1) > 8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄴ. $-1 < x < 1$ 일 때, $f'(x) \geq 0$ 이다.
 ㄷ. 방정식 $f(x) - f'(k)x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_8P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = 5, \quad a_{15} = 25$$

일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항식 $(1+2x)(1+x)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하시오. [4점]

25. 자연수 11을 홀수인 자연수로 분할할 때, 자연수 3이

두 개 이상 포함되도록 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

27. 다음 조건을 만족시키는 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(B-A)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

- (가) $n(U) = 25$
- (나) $A \cap (A^c \cup B) \neq \emptyset$
- (다) $n(A-B) = 11$

28. 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $\frac{x}{f(x)}$ 는 $x=1, x=2$ 에서 불연속이다.
- (나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 4$

$f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & (x < 1) \\ cx^2 + \frac{5}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x 좌표가 각각 $-1, 1, 2$ 일 때, $2a+4b-10c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

30. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.(가) 5 이하의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n f(k) = f(n)f(n+1) \text{ 이다.}$$

(나) $n=3, 4$ 일 때, 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 n 에서 $n+2$ 까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.