

2018년 서울시 9급 수학 A책형 해설

01. ②	02. ①	03. ④	04. ③	05. ①	06. ④	07. ③	08. ③	09. ①	10. ④
11. ④	12. ④	13. ②	14. ①	15. ④	16. ②	17. ③	18. ③	19. ①	20. ①

1. 【정답】 ②

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{16}} \times \sqrt{\sqrt[3]{16}} = 16^{\frac{1}{12}} \times 16^{\frac{1}{6}} = 16^{\frac{1}{4}} = (2^4)^{\frac{1}{4}} = 2$$

2. 【정답】 ①

$$X - 3(A + 2B) = 2A$$

$$X = 5A + 6B$$

$$X = 5(3x^2 + 2xy + 6y^2) + 6(x^2 - xy + 5y^2)$$

$$X = 21x^2 + 4xy + 60y^2$$

$$a + b + c = 21 + 4 + 60 = 85$$

3. 【정답】 ④

$$\begin{aligned} (\alpha - 1)(\beta - 1)(\gamma - 1) &= \alpha\beta\gamma + (\alpha + \beta + \gamma) - (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - 1 \\ &= -2 + 1 + 6 - 1 = 4 \end{aligned}$$

4. 【정답】 ③

$$b_n = a_n - \frac{3n+5}{n+1} \text{ 이라 하면 } a_n = b_n + \frac{3n+5}{n+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(b_n + \frac{3n+5}{n+1} \right) = 3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + 2a_n) = 3^2 + 2 \cdot 3 = 15$$

5. 【정답】 ①

$$g^{-1}(3) = k \text{ 라 하면 } g(k) = 3$$

$$f(k+3) = 2g(k) = 6$$

$$f(4) = 6 \text{ 이므로 } k+3 = 4$$

$$k = 1$$

6. 【정답】 ④

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^6 + 2^6 + 3^6 + \dots + n^6}{(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7 \left(\left(\frac{1}{n} \right)^6 + \left(\frac{2}{n} \right)^6 + \left(\frac{3}{n} \right)^6 + \dots + \left(\frac{n}{n} \right)^6 \right) \frac{1}{n}}{n^3 \left(\left(\frac{1}{n} \right)^2 + \left(\frac{2}{n} \right)^2 + \left(\frac{3}{n} \right)^2 + \dots + \left(\frac{n}{n} \right)^2 \right) \frac{1}{n} \cdot n^4 \left(\left(\frac{1}{n} \right)^3 + \left(\frac{2}{n} \right)^3 + \left(\frac{3}{n} \right)^3 + \dots + \left(\frac{n}{n} \right)^3 \right) \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{\int_0^1 x^6 dx}{\int_0^1 x^2 dx \cdot \int_0^1 x^3 dx} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$$

$$7A = 7 \times \frac{12}{7} = 12$$

7. 【정답】 ③

$$p : x \geq 3 \text{ 또는 } x \leq -2$$

$$q : -a + 8 < x < a + 8$$

p 는 q 이기 위한 필요조건이 되려면 $Q \subset P$ 이면 되므로 자연수 a 가 최대가 되려면 $-a + 8 = 3$ 이면 된다.

$$a = 8 - 3 = 5$$

8. 【정답】 ③

$$\log x^3 = 3 \log x = -\frac{9}{2} = -5 + 0.5$$

$$a = 5$$

$$\log x^5 = 5 \log x = -\frac{15}{2} = -8 + 0.5$$

$$b = 8$$

$$a + b = 5 + 8 = 13$$

9. 【정답】 ①

기울기를 m 이라 하면

$$y - 1 = m(x - 3), \quad mx - y - 3m + 1 = 0$$

원 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 16 = (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 1$ 이므로

$$\frac{|m - 4 - 3m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, \quad \frac{|-2m - 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1$$

$$4m^2 + 12m + 9 = m^2 + 1$$

$$3m^2 + 12m + 8 = 0$$

$$\text{두 근의 합 } m_1 + m_2 = -\frac{12}{3} = -4$$

10. 【정답】 ④

$$\frac{|a+b|}{\sqrt{2}} = 3$$

$$a+b = 3\sqrt{2}, \quad ab = 1$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 = 16$$

11. 【정답】 ④

$$2x^2 + xy - y^2 = (2x - y)(x + y) = 0$$

$$2x = y \quad \text{또는} \quad x = -y$$

$$1) \quad 2x = y$$

$$x^2 - (2x)^2 = -3$$

$$-3x^2 = -3, \quad x^2 = 1$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$2) \quad x = -y$$

$$x^2 - x^2 = 0 = -3 \text{이므로 성립하지 않는다.}$$

$$\text{따라서 } xy = 2$$

12. 【정답】 ④

$$k^2 + 2k - 1 = -\frac{3}{2}k^2 + 12k - 11$$

$$\frac{5}{2}k^2 - 10k + 10 = 0$$

$$k^2 - 4k + 4 = 0, \quad k = 2$$

$$f(1) = 1^2 + 2 - 1 = 2$$

$$f(2) = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 - 11 = 7$$

$$k + f(1) + f(2) = 2 + 2 + 7 = 11$$

13. 【정답】 ②

$$1) \ x < \frac{1}{2}$$

$$-2x + 1 > x^2 - 3x - 1$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$(x-2)(x+1) < 0$$

$$-1 < x < 2$$

$$\text{최종범위는 } -1 < x < \frac{1}{2}$$

$$2) \ x \geq \frac{1}{2}$$

$$2x - 1 > x^2 - 3x - 1$$

$$x^2 - 5x < 0$$

$$x(x-5) < 0, \ 0 < x < 5$$

$$\text{최종범위는 } \frac{1}{2} \leq x < 5$$

따라서 정수 x 의 개수는 0, 1, 2, 3, 4의 5개다.

14. 【정답】 ①

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + a = 1, \ a = \frac{1}{6}$$

$$E(X) = \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{6} = 1$$

$$E(X^2) = \frac{1}{2} + 9 \cdot \frac{1}{6} = 2$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 2 - 1^2 = 1$$

15. 【정답】 ④

$$\neg. \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + 1} = 0$$

ㄴ. $a_1 = 0, \ a_2 = 1, \ a_3 = 0, \ a_4 = 1, \ \dots$ 이므로 진동한다.

ㄷ. 수열의 홀수항의 극한값과 짝수항의 극한값이 0의 같은 값으로 수렴하므로 수열은 수렴한다.

16. 【정답】 ②

$$P(X \leq k) = P\left(Z \leq \frac{k-11}{3}\right)$$

$$P(Y \geq 2k) = P\left(Z \geq \frac{2k-12}{4}\right)$$

$$\frac{k-11}{3} = -\frac{2k-12}{4}$$

방정식을 풀면 $k=8$

17. 【정답】 ③

$$P(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$P(B^c | A) = \frac{P(B^c \cap A)}{P(A)} = \frac{1}{3}, \quad P(B^c \cap A) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{5} - \frac{2}{15} = \frac{4}{15}$$

18. 【정답】 ③

$$f(x+1) - 2 = (x^2 - 4)Q(x)$$

$$f(3) - 2 = 0, \quad f(3) = 2$$

$$f(-1) - 2 = 0, \quad f(-1) = 2$$

$$f(x-2) + 3 = (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b$$

$$f(x-2) + 3 = (x-1)(x-5)Q(x) + ax + b$$

$$f(-1) + 3 = a + b$$

$$f(3) + 3 = 5a + b$$

$$a + b = 5$$

$$5a + b = 5$$

$a=0, b=5$ 따라서 나머지는 5

19. 【정답】 ①

앞면이 나오는 확률변수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(10, \frac{1}{2}\right)$ 를 따른다.

이때 얻은 점수는 $3X - (10 - X) = 4X - 10$ 이므로

기댓값 $E(4X - 10) = 4E(X) - 10 = 4 \cdot 5 - 10 = 10$ 이다.

20. 【정답】 ①

사탕을 한 개도 받지 못하는 어린이 1명을 정하고, 나머지 3명에게는 사탕을 1개씩 분배한 후 나머지 3개의 사탕을 줄 사람을 중복을 허락하여 3명 뽑는 경우의 수와 같다.

$${}_4C_1 \times {}_3H_3 = 4 \times {}_5C_3 = 4 \times 10 = 40$$