

2018년 서울시 7급 자동제어 A책형 해설

01. ④	02. ②	03. ②	04. ①	05. ①	06. ①	07. ④	08. ③	09. ②	10. ③
11. ④	12. ②	13. ④	14. ②	15. ③	16. ②	17. ④	18. ③	19. ③	20. ①

1. 【정답】 ④

$$\ddot{y} + 6\dot{y} - 7y = u = -Ky$$

$$\ddot{y} + 6\dot{y} + (K-7)y = 0$$

2차 시스템의 특성방정식 $s^2 + 6s + (K-7) = 0$ 에서 페루프 시스템이 안정하려면 모든 계수와 상수가 양수이면 된다.

$$K-7 > 0, K > 7$$

2. 【정답】 ②

② d의 임펄스 응답은 $\frac{1}{s}$ 이므로 1로 수렴한다. 따라서 정현 진동하지 않는다.

3. 【정답】 ②

루프이득은 $-ch$, $-di$ 의 두 개다.

순방향경로는 $abcde$, afe 의 두 개이고, afe 순방향 경로와 $-ch$ 루프이득은 비접촉이므로 Mason의 공식에 의해 전달함수는

$$\frac{X_6}{X_1} = \frac{abcde + afe(1 - (-ch))}{1 - (-ch - di)} = \frac{abcde + ade + acefh}{1 + ch + di}$$

4. 【정답】 ①

전달함수를 $G(s)$ 라 할 때 $sG(s)$ 가 실수부가 0이거나 양수인 극점을 가지면 최종치 정리를 사용할 수 없으며, 최종치가 진동하거나 발산한다. 따라서 실수부가 음인 극점을 갖는 ‘ㄱ’ 보기의 전달함수만 단위 계단 응답의 최종치가 존재한다.

5. 【정답】 ①

$K = [k_1 \ k_2]$ 로 놓으면

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (-[k_1 \ k_2]x)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1-k_1 & 2-k_2 \end{bmatrix} x$$

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1-k_1 & 2-k_2 \end{bmatrix}$ 라 하면 시스템의 특성방정식은 $\det(sI - A) = 0$ 이다.

$$\det(sI - A) = s^2 + (k_2 - 2)s + (k_1 - 1) = 0$$

$s = -3 \pm j\sqrt{3}$ 에서 특성방정식 $s^2 + 6s + 12 = 0$ 이므로 계수를 비교하면

$$k_2 - 2 = 6, \quad k_1 - 1 = 12$$

$$k_1 = 13, \quad k_2 = 8$$

$$k_1 + k_2 = 13 + 8 = 21$$

6. 【정답】 ①

$$\text{전달함수 } G(s) = \frac{Y(s)}{\frac{1}{s}} = s Y(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 2}$$

단위 임펄스(Unit impulse) 응답은 전달함수의 라플라스 역변환이므로

$$\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{(s+1)^2 + 1}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s+1}{(s+1)^2 + 1} - \frac{1}{(s+1)^2 + 1}\right) = e^{-t}(\cos t - \sin t)$$

7. 【정답】 ④

ㄱ. 전달함수는 선형 시불변(Linear time-invariant) 시스템에 대해 정의된다.

ㄴ. 전달함수는 시스템 입력의 크기와 무관하다.

ㄷ. 물리적으로 서로 다른 시스템이 동일한 전달함수를 가질 수 있다.

8. 【정답】 ③

$$\text{이득여유} : 20 \log \frac{1}{|-0.3|} = 20 \log \frac{10}{3} \text{ dB}$$

$$\text{위상여유} : \tan^{-1} \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \right) = 45^\circ$$

$$\alpha\phi = \frac{10}{3} \times 45 = 150$$

9. 【정답】 ②

폐루프 전달함수의 특성방정식 $1 + G(s) = s(s-1) + K(s+2) = 0$

$$s^2 + (K-1)s + 2K = 0$$

$$\text{감쇠비 } \zeta = \frac{K-1}{2\sqrt{2K}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{식을 정리하면 } K^2 - 6K + 1 = 0$$

$$K = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

2차 시스템에서 폐루프 시스템이 안정하려면 특성방정식의 모든 계수와 상수가 양수이면 된다.

$$K-1 > 0, \quad 2K > 0$$

$$K > 1 \text{ 이어야 하므로 } K = 3 + 2\sqrt{2}$$

10. 【정답】 ③

$$A = 5\sqrt{2} \times |G(j2)| = 5\sqrt{2} \times \frac{10}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = 25$$

$$\phi = \angle G(j2) = \angle \frac{10}{j2 + 2} = 0 - 45^\circ = -45^\circ$$

$$A + \phi = 25 - 45 = -20$$

11. 【정답】 ④

개루프 전달함수가 $G_1(s)$ 일 때 특성방정식 $1 + G_1(s) = s^2 + 3s + 25 = 0$

개루프 전달함수가 $G_2(s)$ 일 때 특성방정식 $1 + G_2(s) = s^2 + 6s + 25 = 0$

	감쇠비	고유진동수
$G_1(s)$	$\frac{3}{2 \times 5} = 0.3$	$\sqrt{25} = 5$
$G_2(s)$	$\frac{6}{2 \times 5} = 0.6$	

① 최대오버슈트 $e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ 이므로 감쇠비가 작은 $G_1(s)$ 가 $G_2(s)$ 보다 크다.

② 감쇠비는 $G_2(s)$ 가 $G_1(s)$ 보다 크다.

③ 정착시간은 일반적으로 감쇠비에 반비례하므로 $G_1(s)$ 가 $G_2(s)$ 보다 크다.

④ 피크시간은 $\frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$ 이므로 감쇠비가 작은 $G_1(s)$ 가 $G_2(s)$ 보다 작다.

12. 【정답】 ②

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

양변을 라플라스변환하면

$$sX = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} U$$

$$\begin{bmatrix} s-3 & -4 \\ -2 & s-1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} U$$

$$X = \begin{bmatrix} s-3 & -4 \\ -2 & s-1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} U = \frac{1}{s^2-4s-5} \begin{bmatrix} s-1 & 4 \\ 2 & s-3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} U = \frac{1}{s^2-4s-5} \begin{bmatrix} s-1 \\ 2 \end{bmatrix} U$$

$$Y = \frac{1}{s^2-4s-5} [1 \ 1] \begin{bmatrix} s-1 \\ 2 \end{bmatrix} U = \frac{s+1}{s^2-4s-5} U$$

$$\frac{Y}{U} = \frac{s+1}{s^2-4s-5}$$

13. 【정답】 ④

페루프 시스템의 특성방정식 $s(s+4) + K_p + K_d s = 0$

$$s^2 + (4 + K_d)s + K_p = 0$$

$s = -3 \pm j4$ 에서 특성방정식 $s^2 + 6s + 25 = 0$

$$4 + K_d = 6, \quad K_p = 25$$

$$K_p + K_d = 25 + 2 = 27$$

14. 【정답】 ②

$$s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 3 = 0$$

Routh-Hurwitz 판별법을 쓰면

$$\begin{array}{cccc} s^4 & 1 & 2 & 3 \\ s^3 & 1 & 2 & \\ s^2 & 0 \rightarrow \varepsilon & 3 & \\ s^1 & \frac{2\varepsilon-3}{\varepsilon} & 0 & \\ s^0 & 3 & & \end{array}$$

첫 번째 열에서 0이 나오므로 아주 작은 양수 ε 으로 대체하여 계산하면 $\frac{2\varepsilon-3}{\varepsilon} < 0$ 이다. 따라서

부호변화의 횟수가 2번이므로 불안정하고 우반 s -평면에 두 개의 근이 있다.

15. 【정답】 ③

특성방정식을 변형하면 $s^2 + 4s + 3 + K(s+2) = 0$

$$1 + \frac{K(s+2)}{s^2 + 4s + 3} = 0, \quad 1 + \frac{K(s+2)}{(s+1)(s+3)} = 0$$

ㄱ. 개루프 전달함수의 극점 $s = -1, s = -3$ 이므로 근궤적은 극점 $s = -1, s = -3$ 에서 출발한다.

ㄴ, ㄷ 실수축 상의 근궤적은 $\sigma \leq -3, -2 \leq \sigma \leq 1$ 이고, $K = -\frac{(s+1)(s+3)}{s+2}$ 에서

$$\frac{dK}{ds} = -\frac{s^2 + 4s + 5}{(s+2)^2} = -\frac{(s+2)^2 + 1}{(s+2)^2} < 0 \text{이므로 이탈점이 존재하지 않는다. 따라서}$$

근궤적은 실수축에만 존재하고 이탈점은 존재하지 않는다.

16. 【정답】 ②

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{1}{1 + \frac{3}{K}} = 0.1$$

$$1 + \frac{3}{K} = 10, \quad K = \frac{1}{3}$$

17. 【정답】 ④

입력주파수 $\omega = 10 \text{ rad/s}$ 이므로

$$A = \sqrt{2} \times |G(j10)| = \sqrt{2} \times \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 1$$

$$\phi = \angle G(j10) = -45^\circ$$

$$A + \omega + \phi = 1 + 10 - 45 = -34$$

18. 【정답】 ③

$\omega < \omega_1$ 일 때 $20 \log |G(j\omega)| = 20$ 이므로 $\omega < \omega_1$ 에서 $G(s) = 10$ 이다.

$\omega = \omega_1$ 일 때 기울기가 -20 이 되므로 $1 + \frac{s}{\omega_1}$ 이 전달함수의 분모에 들어간다.

$\omega = \omega_2$ 일 때 기울기가 0 이 되므로 $1 + \frac{s}{\omega_2}$ 이 전달함수의 분자에 들어간다.

$\omega = \omega_3$ 일 때 기울기가 -20 이 되므로 $1 + \frac{s}{\omega_3}$ 이 전달함수의 분모에 들어간다.

$\omega = \omega_4$ 일 때 기울기가 -40 이 되므로 $1 + \frac{s}{\omega_4}$ 이 전달함수의 분모에 들어간다.

$$G(s) = \frac{10 \left(1 + \frac{s}{\omega_2} \right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1} \right) \left(1 + \frac{s}{\omega_3} \right) \left(1 + \frac{s}{\omega_4} \right)} = \frac{10(s/\omega_2 + 1)}{(s/\omega_1 + 1)(s/\omega_3 + 1)(s/\omega_4 + 1)}$$

19. 【정답】 ③

$$\neg. y(t) = x(t-2) + x(t+1)$$

$$\text{입력이 } a_1 x_1(t) \text{ 일 때 : } y_1(t) = a_1 x_1(t-2) + a_1 x_1(t+1)$$

$$\text{입력이 } a_2 x_2(t) \text{ 일 때 : } y_2(t) = a_2 x_2(t-2) + a_2 x_2(t+1)$$

입력이 $a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)$ 일 때 :

$$y_3(t) = a_1 x_1(t-2) + a_2 x_2(t-2) + a_1 x_1(t+1) + a_2 x_2(t+1)$$

$$y_3(t) = y_1(t) + y_2(t) \text{ 이므로 선형(Linear) 시스템이다.}$$

$$\text{ㄴ. } y(t) = x(t) + 2$$

$$\text{입력이 } a_1x_1(t) \text{ 일 때 : } y_1(t) = a_1x_1(t) + 2$$

$$\text{입력이 } a_2x_2(t) \text{ 일 때 : } y_2(t) = a_2x_2(t) + 2$$

$$\text{입력이 } a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \text{ 일 때 : } y_3(t) = a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + 2$$

$y_3(t) \neq y_1(t) + y_2(t)$ 이므로 비선형(Nonlinear) 시스템이다.

$$\text{ㄷ. } y(t) = x(\sin t)$$

$$\text{입력이 } a_1x_1(t) \text{ 일 때 : } y_1(t) = a_1x_1(\sin t)$$

$$\text{입력이 } a_2x_2(t) \text{ 일 때 : } y_2(t) = a_2x_2(\sin t)$$

$$\text{입력이 } a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \text{ 일 때 : } y_3(t) = a_1x_1(\sin t) + a_2x_2(\sin t)$$

$y_3(t) = y_1(t) + y_2(t)$ 이므로 선형(Linear) 시스템이다.

$$\text{ㄹ. } y(t) = 2tx(t)$$

$$\text{입력이 } a_1x_1(t) \text{ 일 때 : } y_1(t) = 2ta_1x_1(t)$$

$$\text{입력이 } a_2x_2(t) \text{ 일 때 : } y_2(t) = 2ta_2x_2(t)$$

$$\text{입력이 } a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \text{ 일 때 : } y_3(t) = 2ta_1x_1(t) + 2ta_2x_2(t)$$

$y_3(t) = y_1(t) + y_2(t)$ 이므로 선형(Linear) 시스템이다.

따라서 선형시스템은 'ㄱ, ㄷ, ㄹ' 의 3개다.

20. 【정답】 ㉠

$$\text{가제어성 행렬 : } S = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\text{가관측성 행렬 : } V = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\det S = -11 \neq 0, \det V = -1 \neq 0$$

가제어하고 가관측하다.