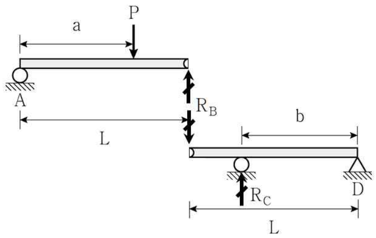
응용역학
-탈탈토목-

1	④	2	③	3	②	4	②	5	①
6	④	7	②	8	②	9	②	10	①
11	①	12	①	13	④	14	③	15	③
16	③	17	③	18	④	19	④	20	③

1. [출제의도] 힘 평형 방정식을 이용하여 구조 해석하기



At AB

$\sum M_A = 0$;

$(R_B \times L) - (P \times a) = 0$

$\Rightarrow R_B = \dfrac{Pa}{L}$

At BD

$\sum M_D = 0$;

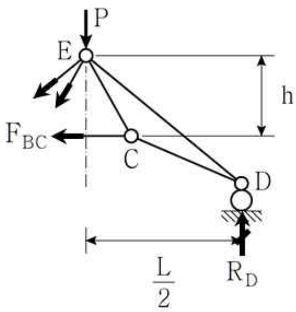
$(R_c \times b) - (R_B \times L) = 0$

$\Rightarrow R_c = \dfrac{(R_B)(L)}{b} = \dfrac{(\frac{Pa}{L})L}{b} = 3P$

$\therefore \dfrac{a}{b} = 3$

2. [출제의도] 단면법을 이용하여 부재력 계산하기

단면법을 이용하여 BC 부재의 부재력을 계산하기 위해 다음과 같이 구조를 절단한다.



$R_D = \dfrac{P}{2}$ (∵ 대칭)

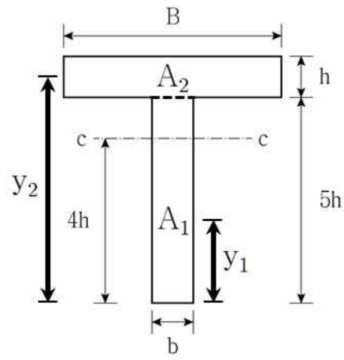
$\sum M_E = 0$;

$(R_D \times \dfrac{L}{2}) - (F_{BC} \times h) = 0$

$\Rightarrow F_{BC} = \dfrac{(R_D)(L)}{2h} = \dfrac{(\frac{P}{2})L}{2h} = \dfrac{PL}{4h}$

3. [출제의도] 복합 단면의 도심 계산하기

웹(A_1)과 플렌지(A_2)로 나누어 도심을 계산한다.



$y_c = \dfrac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \dfrac{(5bh)(\frac{5h}{2}) + (Bh)(5h + \frac{h}{2})}{(5bh) + (Bh)} = 4h$

$\Rightarrow \dfrac{\frac{25}{2}bh + \frac{11}{2}Bh}{5b + B} = 4h$

$\Rightarrow \dfrac{\frac{25}{2}b + \frac{11}{2}B}{5b + B} = 4$

$\therefore B = 5b$

4. [출제의도] 구조물의 전도와 활동 평가하기

1) 활동

활동이란 수평으로 이동하는 것을 의미한다. 활동에 대한 안전율은 다음과 같이 계산할 수 있다.

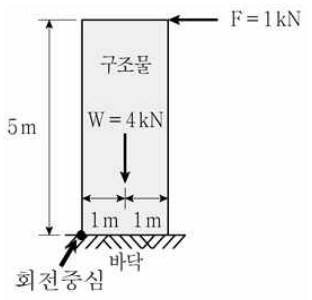
① 수평력 : $F_d = F = 1\text{kN}$

② 마찰력 : $F_r = \mu W = (0.3)(4\text{kN}) = 1.2\text{kN}$

$FS = \dfrac{\text{마찰력}}{\text{수평력}} = \dfrac{1.2\text{kN}}{1\text{kN}} > 1 \Rightarrow$ 미끄러지지 않는다.

2) 전도

전도란 회전중심을 기준으로 회전운동이 발생하는 것을 의미한다. 전도에 대한 안전율은 다음과 같이 계산할 수 있다.



① 외력 모멘트 : $M_d = F \times 5m = 1kN \times 5m = 5kN \cdot m$

② 저항 모멘트 : $M_r = W \times 1m = 4kN \times 1m = 4kN \cdot m$

$$FS = \frac{\text{저항모멘트}}{\text{마찰력}} = \frac{4kN \cdot m}{5kN \cdot m} < 1 \Rightarrow \text{넘어진다.}$$

∴ 미끄러지지 않고 넘어지기만 한다.

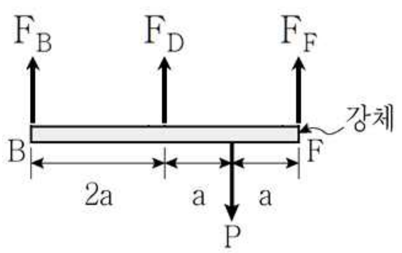
5. [출제의도] 강성을 이용하여 힘을 표현하고 평형 방정식을 이용하여 구조 해석하기

케이블의 축강성을 이용하여 케이블력을 표현하면 다음과 같다.

$$F_B = \frac{EA}{L}\delta_B = K\delta_B$$

$$F_D = \frac{EA}{2L}\delta_D = \frac{K}{2}\delta_D$$

$$F_F = \frac{EA}{2L}\delta_F = \frac{K}{2}\delta_F$$



$\sum F_y = 0;$

$$F_B + F_D + F_F - P = 0$$

$$\Rightarrow K\delta_B + \frac{K}{2}\delta_D + \frac{K}{2}\delta_F = P$$

$$\Rightarrow K\delta_B + \frac{K}{2}\left(\frac{\delta_B + \delta_D}{2}\right) + \frac{K}{2}\delta_F = P \left(\because \delta_D = \frac{\delta_B + \delta_F}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{5K}{4}\delta_B + \frac{3K}{4}\delta_F = P$$

$$\Rightarrow 5K\delta_B + 3K\delta_F = 4P \ldots ①$$

$\sum M_D = 0$;

$$(P \times a) + (F_B \times 2a) - (F_F \times 2a) = 0$$

$$\Rightarrow -2(K\delta_B) + 2\left(\frac{K}{2}\delta_F\right) = P$$

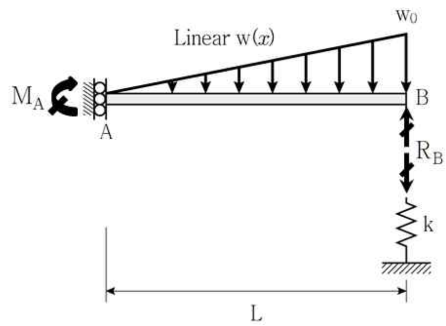
$$\Rightarrow -2K\delta_B + K\delta_F = P \ldots ②$$

① - 3×② ;

$$11k\delta_B = P$$

$$\therefore F_B = K\delta_B = \frac{P}{11}$$

6. [출제의도] 이중적분법을 이용하여 보 해석하기



$\sum F_y = 0$;

$$-\frac{1}{2}w_o L + R_B = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{w_o L}{2}$$

$\sum M_A = 0$;

$$M_A + \left(\frac{1}{2}w_o L\right)\left(\frac{2}{3}L\right) - (R_B)(L) = 0$$

$$\Rightarrow M_A = \frac{w_o L^2}{6}$$

① 이 보기는 상당한 시간이 요구되므로 실제 시험장에서는 해석하면 안되는 보기이다. (등분포 삼각하중 w_o를 4번 적분하는 과정에서 계산할 수 있으나 실제로 시험장에서 시간내에 계산하는 것은 어렵다. 또한 스프링 강성 k가 보의 휨강성 EI 에 대한 함수가 아니므로 $\frac{w_0 L}{2k}$ 처럼 깔끔하게 나올 수 없다)

② A점 모멘트 반력은 $M_A = \frac{w_o L^2}{6}$ 이다.

③ 롤러 지점에 반력 모멘트가 가장 크며 $M_A = \frac{w_o L^2}{6}$ 이다.

④ 스프링 지점의 수직 반력 크기와 같으며 $R_B = \frac{w_o L}{2}$ 이다.

7. [출제의도] 평면응력 해석하기

σ_x, $\sigma_y = 80\mathrm{MPa}$, $\tau_{xy} = -40\mathrm{MPa}$

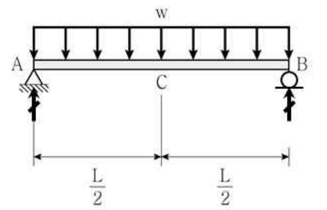
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$
$$= \frac{\sigma_x + 80}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - 80}{2}\right)^2 + (-40)^2} = 0$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\sigma_x + 80}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x - 80}{2}\right)^2 + 40^2$$
$$\Rightarrow \sigma_x^2 + 160\sigma_x + 6400 = \sigma_x^2 - 160\sigma_x + 6400 + 3200$$
$$\Rightarrow \sigma_x = 20\mathrm{MPa}$$

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_\theta + \sigma_{\theta+90} \ ;$$
$$\Rightarrow 20\mathrm{MPa} + 80\mathrm{MPa} = \sigma_1 + 0\mathrm{MPa}$$
$$\therefore \ \sigma_1 = 100\mathrm{MPa}$$

8. [출제의도] 스프링이 포함된 구조의 변위 계산하기

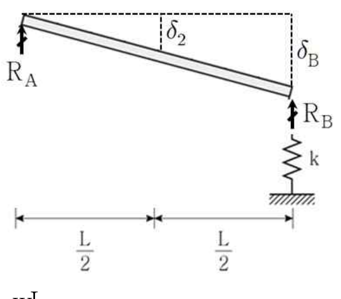
δ_C 는 다음과 같이 두 가지 변위로 나누어 계산한다.

1) 보의 휨에 의한 C점 처짐(δ_1)
스프링을 무시하고 단순보에 대한 C점의 휨 처짐 δ_1 을 계산한다.



$$\delta_1 = \frac{5wL^4}{384EI}$$

2) 스프링 압축에 의한 C점 처짐(δ_2)
보를 강체라고 가정하여 직선 변형이 일어난다는 생각하여 스프링 압축에 의한 C점 처짐 δ_2를 계산한다.



$$R_A = R_B = \frac{wL}{2} (\because \text{대칭})$$

$$\delta_B = \frac{R_B}{K} = \frac{\left(\frac{wL}{2}\right)}{\left(\frac{32EI}{L^3}\right)} = \frac{wL^4}{64EI}$$

$$\delta_2 = \frac{\delta_B}{2} = \frac{wL^4}{128EI}$$

$$\therefore \delta_C = \delta_1 + \delta_2 = \frac{5wL^4}{384EI} + \frac{wL^4}{128EI} = \frac{wL^4}{48EI}$$

9. [출제의도] 좌굴응력 이해하기

양단 힌지인 기둥의 좌굴 응력은 세장비로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$
$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} = \frac{\pi^2 Er^2}{L^2} \left(\because r = \sqrt{\frac{I}{A}}\right)$$
$$= \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

1) 첫 번째 기울기 구간의 기울기를 이용하는 경우

$$E = \frac{100\mathrm{MPa}}{0.001} = 100\mathrm{GPa}$$
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{3^2(100\mathrm{GPa})}{60^2} = 250\mathrm{MPa}$$

$\Rightarrow \sigma_{pl} < \sigma_{cr}$ 이므로 계산된 좌굴응력은 불가능하다.

2) 두 번째 기울기 구간의 기울기를 이용하는 경우

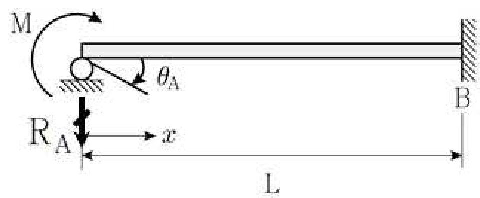
$$E = \frac{300\mathrm{MPa} - 100\mathrm{MPa}}{0.005 - 0.001} = 50\mathrm{GPa}$$
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{3^2(50\mathrm{GPa})}{60^2} = 125\mathrm{MPa}$$

$\Rightarrow \sigma_{pl} > \sigma_{cr}$ 이므로 계산된 좌굴응력은 가능하다.

$$\therefore \sigma_{cr} = 125\mathrm{MPa}$$

해당 문제는 위와 같은 개념으로 출제된 것으로 파악된다. 그러나 그림에서 $\sigma_{pl} = 100\mathrm{MPa}$이라고 표현한 것은 좋지 않다고 생각된다. 왜냐하면 문제와 같은 bi-linear 재료에서 응력-변형율 곡선이 여러 구간에서 선형 기울기를 갖을 경우 각 구간의 σ_{pl} 이 다른데 문제에서 $100\mathrm{MPa}$ 만 σ_{pl} 로 언급함으로써 수험생들의 혼란을 가중시킬 수 있다고 생각되기 때문이다.

10. [출제의도] 모멘트와 변위의 관계 이해하기



변위 일치를 이용하여 R_A 를 계산한다.

$$\frac{ML^2}{2EI} - \frac{R_A L^3}{3EI} = 0$$
$$\Rightarrow R_A = \frac{3M}{2L}$$

$0 \le x \le L$;

$$M_x = M - R_A x = M - \frac{3M}{2L}x$$

모멘트와 변위의 관계에서 이중 적분법을 이용한다.

$\nu'' = \frac{M_x}{EI} = \frac{1}{EI}(M - \frac{3M}{2L}x)$

$\Rightarrow \nu' = \theta = \frac{1}{EI}(Mx - \frac{3M}{4L}x^2 + C_1)$

$\Rightarrow \nu = \frac{1}{EI}(\frac{1}{2}Mx^2 - \frac{M}{4L}x^3 + C_1x + C_2)$

경계 조건을 이용하여 C_1, C_2 를 결정한다.

$x = 0 \Rightarrow C_2 = 0$

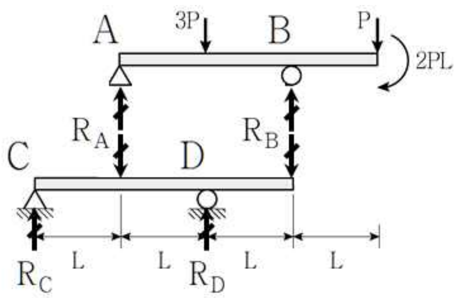
$x = L \Rightarrow C_1 = -\frac{ML}{4}$

최대 처짐이 발생하는 위치는 $\theta = 0$ 인 지점이다.

$\theta = 0 \Rightarrow x = \frac{L}{3}$, L

$\therefore x = \frac{L}{3}$

11. [출제의도] 힘 평형 방정식을 이용하여 구조를 해석하고 전단력도, 모멘트도 그리기



At Top ;

$\sum M_A = 0$

$(R_B \times 2L) - (3P \times L) - (P \times 3L) - 2PL = 0$

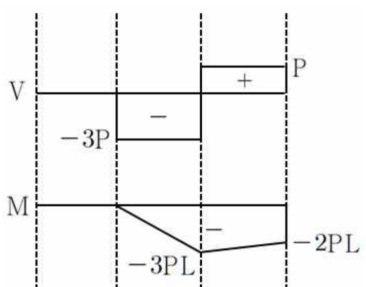
$\Rightarrow R_B = 4P$

$\sum F_y = 0$

$R_A + R_B - 3P - P = 0$

$\Rightarrow R_A = 0$

이를 이용하여 전단력도 모멘트도를 그리면 다음과 같다.



At Bottom ;

$\sum M_C = 0$

$\Rightarrow (R_D \times 2L) - (R_A \times L) - (R_B \times 3L) = 0$

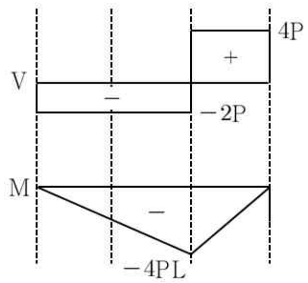
$\Rightarrow R_D = 6P$

$\sum F_y = 0$

$R_C + R_D - R_A - R_B = 0$

$\Rightarrow R_C = -2P$

이를 이용하여 전단력도 모멘트도를 그리면 다음과 같다.



$\therefore V_{max} = 4P$, $M_{max} = 4PL$

12. [출제의도] 응력과 변형율의 관계를 이용하여 구조 해석하기

x축 방향으로 변위가 제한되므로 ε_x 는 '0' 이다.

$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} = 0$

$\Rightarrow \sigma_x = \nu\sigma_y$

$\therefore \sigma_x = \nu p_o$

13. [출제의도] 구형 압력 용기의 응력 해석하기

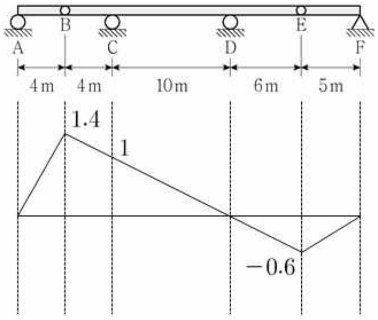
구형 압력 용기의 응력 계산에는 내측 반경을 이용하는 것이 일반적이나 별도의 언급이 없으므로 주어진 반경을 이용한다.

$\sigma = \frac{pr}{2t} = \frac{(5MPa)(4m)}{2(10cm)} = 100MPa$

$\therefore FS = \frac{\sigma_y}{\sigma} = \frac{500MPa}{100MPa} = 5$

14. [출제의도] 영향선을 이용하여 구조해석하기

지점 C의 최대 반력을 계산하라고 하였으므로 C점 연직 반력에 대한 영향선을 그린다. C점 연직 반력에 대한 영향선은 C점 연직 반력 구속을 해제하고 변위를 발생시켜 나온 개형으로 한다. C점 종거는 '1'로 하고 나머지 값은 비례식을 이용하여 계산할 수 있다.



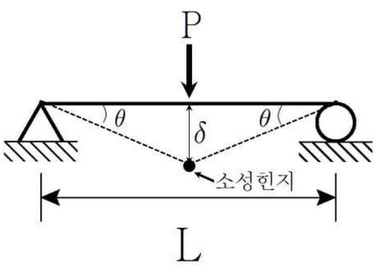
$\therefore R_{c-max} = 1.4 \times 30kN = 42kN$

15. [출제의도] 소성하중 계산하기

한 점에서 내력 모멘트가 소성모멘트에 이르면 힌지와 같은 거동을하게 되는데 이를 소성힌지라 한다. 소성모멘트는 소성계수에 항복응력을 곱해 계산할 수 있다.

$$M_p = Z\sigma_y = \frac{bh^2}{4}\sigma_y$$

주어진 구조는 정정 구조로 1개의 소성힌지가 발생하면 구조는 붕괴한다. 따라서 단순보의 최대 모멘트 지점인 중앙부의 모멘트가 소성모멘트에 도달하게 되면 구조는 붕괴한다. 소성힌지가 발생했을 때 구조는 아래와 같다.



위 그림에서 소성붕괴 하중은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$P\delta = M_p(\theta + \theta)$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{L}{2}\theta\right) = \left(\frac{bh^2}{4}\right)(\theta + \theta)$$

$$\therefore P_u = \frac{bh^2\sigma_y}{L}$$

16. [출제의도] 모멘트와 온도의 관계 이해하기

각 지점에 동일한 크기의 반대 방향 모멘트가 작용하므로 지점 반력은 발생하지 않는다.

모멘트와 온도의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{M}{EI} = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

h : 단면의 두께

위의 관계를 이용하면 온도에 의해 발생되는 구조의 모멘트는 다음과 같다.

$$M = \frac{\alpha_t 2\Delta TEI}{h} = \frac{2\alpha_t \Delta TE\left(\frac{a^4}{12}\right)}{a} = \frac{\alpha_t \Delta TEa^3}{6}$$

∴ 이와 동일한 크기의 집중모멘트가 가해진다면 변형을 발생하지 않는다.

17. [출제의도] 스트레인 게이지를 이용하여 전단변형율을 계산하고 이를 이용하여 전단응력 계산하기

$$\varepsilon_x = \varepsilon_a = 520 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_c = -100 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = \varepsilon_b = 360 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{45^\circ} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 90^\circ + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{45^\circ} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + 0 + \frac{\gamma_{xy}}{2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_b = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} + \frac{\gamma_{xy}}{2}$$

$$\Rightarrow \gamma_{xy} = 2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c = 300 \times 10^{-6}$$

<$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c$ 을 암기하여 이용할 수도 있다.>

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200GPa}{2\left(1+\frac{1}{3}\right)} = 75GPa$$

$$\therefore \tau_{xy} = G\gamma_{xy} = (75GPa)(300 \times 10^{-6}) = 22.5MPa$$

18. [출제의도] 탄성좌굴 하중 계산하기

1) 약축

$$P_{cr}^{약축} = \frac{\pi^2 E\left(\frac{3b(b)^3}{12}\right)}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} = \frac{\pi^2 E b^4}{L^2}$$

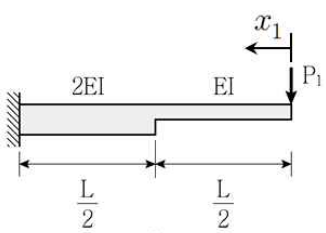
2) 강축

$$P_{cr}^{강축} = \frac{\pi^2 E\left(\frac{b(3b)^3}{12}\right)}{(L)^2} = \frac{9\pi^2 E b^4}{4L^2}$$

$$\therefore \frac{P_{cr}^{약축}}{P_{cr}^{강축}} = \frac{\left(\frac{\pi^2 E b^4}{L^2}\right)}{\left(\frac{9\pi^2 E b^4}{4L^2}\right)} = \frac{4}{9}$$

19. [출제의도] 구조의 휨 변형 에너지 계산하기

1) (a)



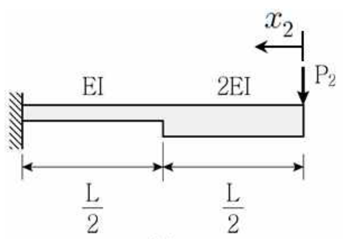
(a)

$0 \le x_1 \le L$;

$M_1 = -P_1 x_1$

$$U_1 = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{(-P_1 x_1)^2}{2EI} dx + \int_{\frac{L}{2}}^{L} \frac{(-P_1 x_1)^2}{2(2EI)} dx = \frac{3P_1^2 L^3}{32EI}$$

2) (b)



(b)

$0 \le x_2 \le L$;

$M_2 = -P_2 x_2$

$$U_2 = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{(-P_2 x_2)^2}{2(2EI)} dx + \int_{\frac{L}{2}}^{L} \frac{(-P_2 x_2)^2}{2EI} dx = \frac{5P_2^2 L^3}{32EI}$$

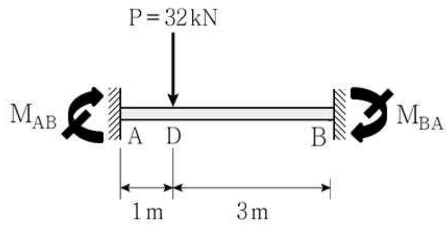
$U_1 = U_2$;

$$\frac{3P_1^2 L^3}{32EI} = \frac{5P_2^2 L^3}{32EI}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

20. [출제의도] 모멘트 분배법 이해하기

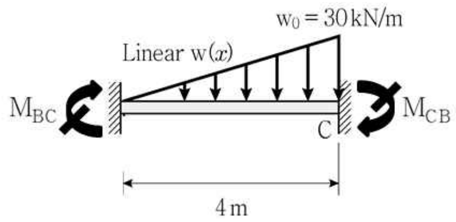
모멘트 분배법을 이용하기 위해 양단을 고정단으로 가정하여 고정단 모멘트를 계산한다.



$$M_{AB} = -\frac{(32kN)(3m)^2(1m)}{(4m)^2} = -18kN \cdot m$$

$$M_{BA} = \frac{(32kN)(1m)^2(3m)}{(4m)^2} = 6kN \cdot m$$

부호는 처짐 형상을 개략적으로 그려 판단할 수 있다.



$$M_{BC} = -\frac{(30kN/m)(4m)^2}{30} = -16kN \cdot m$$

$$M_{CB} = \frac{(30kN/m)(4m)^2}{20} = 24kN \cdot m$$

B점의 불균형 모멘트는 M_{BA}와 M_{BC}의 차이와 같다.

$\therefore 10kN \cdot m$ 이다.