

1. 정답 ②

$$x^3 + ax^2 - 5x + a = (x-2)Q(x) + 8$$

$x=2$ 를 양변에 대입하면

$$8 + 4a - 10 + a = 8 \quad \therefore a = 2$$

2. 정답 ②

$$\log_2 a + \log_2 b = 6, \quad \log_2 a - \log_2 b = 2$$

두 식을 변변 더하면 $2\log_2 a = 8 \quad \therefore \log_2 a = 4, \log_2 b = 2$

이므로

$$a = 16, \quad b = 4 \quad \therefore a - b = 12$$

3. 정답 ④

역함수가 존재하기 위해선 1 : 1 대응이어야 하므로
보기에서 1 : 1 대응인 함수는 ㄴ, ㄹ

4. 정답 ①

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면 } x + \frac{1}{x} = 4$$

$$5x^2 + \frac{5}{x^2} = 5 \left\{ \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \right\} = 5(4^2 - 2) = 70$$

5. 정답 ①

$$(f \circ f)(\sqrt{5}) = f(f(\sqrt{5})) = f(5) = -15$$

6. 정답 ③

$$\frac{2(1+i)}{1-i} = 2i \text{ 이므로}$$

$$\left\{ \frac{2(1+i)}{1-i} \right\}^n = (2i)^n = 2^n i^n = -2^n i \quad \therefore i^n = -i$$

따라서 $n = 3, 7, 11, 15, 19 \dots$ 의 값의 합은 55

7. 정답 ④

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1-h)(-1)}{1}$$

$$= 2f'(1) = 8 \quad \therefore f'(1) = 4$$

$$g'(x) = 2xf(x) + (x^2 + 1)f'(x) \text{ 이므로}$$

$$g'(1) = 2f(1) + 2f'(1) = 2$$

8. 정답 ④

노란공이 한 개 이상나올 사건의 여사건은 파란공이 3개 뽑히는 사건이므로 파란공이 3개 나올 확률은

$$\frac{{}_4C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} \quad 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$$

9. 정답 ②

$$S_n = \sum_{k=1}^n k a_k = \{n(n+1)\}^2$$

$$S_{n-1} = \{n(n-1)\}^2 \text{ 이므로}$$

$$S_n - S_{n-1} = 4n^3 = n a_n \quad \therefore a_n = 4n^2 \text{ 이고 } a_1 = S_1 = 4$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{n^3} \sum_{k=1}^n a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{n^3} \sum_{k=1}^n 4k^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{n^3} 4 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 16$$

10. 정답 ④

$$P(10, 5), \quad Q\left(\frac{t^2-5}{2}, t\right) \text{ 이고}$$

$$\overline{PH} = 10 - \frac{t^2-5}{2} = \frac{25-t^2}{2} = \frac{(5-t)(5+t)}{2}, \quad \overline{HQ} = 5-t$$

이므로

$$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{PH}^2 + \overline{HQ}^2} = \sqrt{\left\{ \frac{(5-t)(5+t)}{2} \right\}^2 + (5-t)^2}$$

$$= (5-t) \sqrt{\frac{(5+t)^2}{4} + 1}$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow 5^-} \frac{\overline{PQ}}{\overline{QH}} = \lim_{t \rightarrow 5^-} \sqrt{\frac{(5+t)^2}{4} + 1} = \sqrt{26}$$

11. 정답 ②

$$A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)^c = A \cap (B^c \cup C^c)$$

$$= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) = (A - B) \cup (A - C)$$

12. 정답 ①

교점은 연립방정식의 해이므로

$$x^2 + ax + b = 2x + 3 \quad \therefore x^2 + (a-2)x + b-3 = 0$$

$$1+5=2-a \quad \therefore a=-4$$

$$1 \times 5 = b-3 \quad \therefore b=8 \quad a+2b=12$$

13. 정답 ③

$$x_1 = \frac{2 \times 5 + 1 \times (-1)}{2+1} = 3$$

$$x_2 = \frac{3 \times 5 - 2 \times (-1)}{3-2} = 17$$

$$x_3 = \frac{-1+5}{2} = 2$$

14. 정답 ②

$P(t, 0)$ 이라 하면 $A\left(t, \frac{4}{t-2}\right), Q\left(2, \frac{4}{t-2}\right)$

$$\overline{AP} + \overline{AQ} = \frac{4}{t-2} + t-2 \geq 2\sqrt{\frac{4}{t-2} \cdot t-2} = 4 \quad (\text{단, } t > 2)$$

15. 정답 ②

$$f(x) = (x - \alpha)(x - \beta) = 0 \text{ 이고 } \alpha + \beta = 8, \quad \alpha\beta = 3$$

$$f(2x+1) = (2x+1-\alpha)(2x+1-\beta) = 0 \text{ 의 두 근의 곱은 }$$

$$\frac{\alpha-1}{2} \cdot \frac{\beta-1}{2} = \frac{\alpha\beta - (\alpha+\beta) + 1}{4} = \frac{3-8+1}{4} = -1$$

16. 정답 ③

$$\text{공비를 } r \text{ 이라 하면 } 36 = 2r^5 \quad \therefore r^5 = 18$$

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 2r \times 2r^2 \times 2r^3 \times 2r^4 = 2^4 \times r^{10} = 2^4 \times 18^2$$

$$= 2^6 \times 3^4$$

$$\therefore m+n = 10$$

17. 정답 ③

$$y = f(x) \text{ 가 } a \text{ 에 관한 항등식이므로}$$

$$(x^2 - 2x + 1)a + (x^3 - x - y) = 0 \text{ 이므로 항상 } P(1, 0) \text{ 을}$$

$$\text{지난다.}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - (1 + 2a) \text{ 이고 } f'(1) = 2$$

$$P(1, 0) \text{ 에서의 접선의 방정식은}$$

$$y - 0 = 2(x - 1) \quad \therefore y = 2x - 2 \quad m - n = 4$$

18. 정답 ①

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \text{ 은 두 점 } (x, y) \text{ 와 } (1, 1) \text{ 사이의 거리}$$

$$\sqrt{x^2 + (y-5)^2} \text{ 은 두 점 } (x, y) \text{ 와 } (0, 5) \text{ 사이의 거리 이므로}$$

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{x^2 + (y-5)^2} \text{ 의 최소값은}$$

$$\text{두 점 } (1, 1) \text{ 과 } (0, 5) \text{ 사이의 거리이다.}$$

$$\sqrt{(1-0)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{17}$$

19. 정답 ④

$$\int_0^1 f(t) dt = k \text{ 라 두면 } f(x) = 4x^3 + kx$$

$$\int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 (4t^3 + kt) dt = 1 + \frac{k}{2} = k \quad \therefore k = 2$$

$$f(1) = 4 + k = 6$$

20. 정답 ④

$$6 \text{ 의 약수의 눈이 나올 확률은 } \frac{2}{3} \text{ 이므로}$$

$$\text{확률변수 } X \text{ 는 이항분포 } B\left(18, \frac{2}{3}\right) \text{ 를 따른다.}$$

$$E(X) = 18 \times \frac{2}{3} = 12, \quad V(X) = 18 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = 4$$

$$E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = 4 + 12^2 = 148$$