

번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
정답	②	②	④	①	①	③	④	④	②	④	②	①	③	②	②	③	③	①	④	④

해설

1. $f(2) = 8$

$$f(2) = 2^3 + 2^2 \times a - 5 \times 2 + a = 8$$

$$a = 2$$

답: ②

2. $ab = 2^6$

$$\frac{a}{b} = 2^2, \quad a = 2^2 \times b$$

두 식을 연립하여 a, b 의 값을 구하면

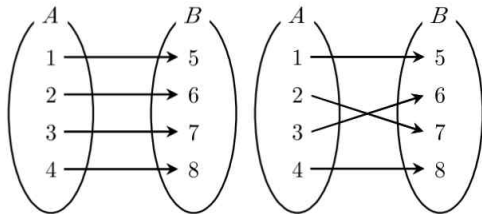
$$a = 2^4 = 16, \quad b = 2^2 = 4$$

$$\therefore a - b = 12$$

답: ②

3. $A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{5, 6, 7, 8\}$

역함수가 존재하기 위해선 일대일 대응이어야 한다.



따라서 다음 두 경우에 의해서만 역함수가 존재한다. $\therefore \neg, \neg$

답: ④

4. $x^2 - 4x + 1 = 0$

양변을 x 로 나누어 정리하면

$$x + \frac{1}{x} = 4$$

$$5x^2 + \frac{5}{x^2} = 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right\}$$

$$= 5(4^2 - 2)$$

$$= 70$$

답: ①

$$5. f(x) = \begin{cases} -3x & (x \text{는 유리수}) \\ x^2 & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$$

$$(f \circ f)(\sqrt{5}) = f(f(\sqrt{5})) = f(5) = -15$$

답: ①

$$6. \left\{ \frac{2(1+i)}{1-i} \right\}^n = 2^n \times \left\{ \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} \right\}^n = 2^n \times i^n$$

$$2^n \times i^n = -2^n i, \quad i^{n-1} = -1, \quad i^n = -i$$

다음 조건을 만족시키는 20 이하의 자연수 n 의 값은 3, 7, 11, 15, 19이다. 따라서, 모든 n 의 값의 합은 55이다.

답: ③

$$7. f(x), g(x) \text{에 대해 } f(1) = -3, \quad g(x) = (x^2 + 1)f(x)$$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} + \lim_{-h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{-h} \\ &= 2f'(1) \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$f'(1) = 4$$

$$g'(x) = 2xf(x) + (x^2 + 1)f'(x)$$

$$\therefore g'(1) = 2f(1) + 2f'(1) = 2 \times (-3) + 2 \times 4 = 2$$

답: ④

8. 뽑힌 3개의 공 중에 노란 공이 x 개 일 확률을 $P(x)$ 라 할 때

$$P(0) + P(1) + P(2) + P(3) = 1$$

$$\text{이때, } P(1) + P(2) + P(3) = 1 - P(0)$$

뽑힌 3개의 공이 모두 파란 공일 확률은 $\frac{{}^4C_3}{{}^{10}C_3}$ 로 $\frac{1}{30}$ 이고

$$\therefore 1 - P(0) = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$$

답: ④

$$9. \quad na_n = n(n+1)^2 - n(n-1)^2 = 4n^3, \quad a_n = \frac{S_n - S_{n-1}}{n} = 4n^2$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{n^3} \sum_{k=1}^n a_k &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{n^3} \sum_{k=1}^n \frac{\{k(k+1)\}^2 - \{(k-1)(k)\}^2}{k} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{n^3} \sum_{k=1}^n (4k^2) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{n^3} \times 4 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n(n+1)(2n+1)}{n^3} \\ &= 16 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{24}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8}{n^2} \\ &= 16 \end{aligned}$$

답: ②

10. $y = \sqrt{2x+5}$ 와 직선 $y=5$, $y=t$ ($0 < t < 5$) 의 교점을 각각 P , Q 라 할 때

$$P \text{의 좌표: } (10, 5), \quad Q \text{의 좌표: } \left(\frac{t^2-5}{2}, t\right)$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{\left(10 - \frac{t^2-5}{2}\right)^2 + (5-t)^2} = \sqrt{\left\{\frac{(5+t)(5-t)}{2}\right\}^2 + (5-t)^2} = (5-t) \sqrt{\frac{(5+t)^2}{4} + 1}$$

$$\overline{QH} = 5 - t$$

$$\lim_{t \rightarrow 5-} \frac{\overline{PQ}}{\overline{QH}} = \lim_{t \rightarrow 5-} \frac{(5-t) \sqrt{\frac{(5+t)^2}{4} + 1}}{5-t} = \sqrt{26}$$

답: ④

$$11. \quad A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)^c$$

$$= A \cap (B^c \cup C^c)$$

$$= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) = (A - B) \cup (A - C)$$

답: ②

12. $x^2 + ax + b = 2x + 3$

$$x^2 + (a-2)x + b-3 = 0$$

근과 계수의 법칙에 의해

$$-(a-2) = 6, \quad a = -4$$

$$b-3 = 5, \quad b = 8$$

$$\therefore a + 2b = 12$$

답: ①

13. $x_1 = \frac{2 \times 5 + 1 \times (-1)}{3} = 3$

$$x_2 = \frac{3 \times 5 - 2 \times (-1)}{1} = 17$$

$$x_3 = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

$$\therefore x_3 < x_1 < x_2$$

답: ③

14. 점 A를 $(t+2, \frac{4}{t})$ ($t > 0$)이라 할 때

$$\overline{AP} + \overline{AQ} = t + \frac{4}{t}$$

산술기하평균에 의해 $\overline{AP} + \overline{AQ}$ 는 4일 때 최솟값을 갖는다.

$$\left((\text{최솟값}) = 2\sqrt{t \cdot \frac{4}{t}} = 4 \right)$$

답: ②

15. $f(x) = 0$ 의 두근을 α, β 라 하면

$f(2x+1) = 0$ 의 두근은 $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$ 이므로

$$\frac{1}{4}(\alpha-1)(\beta-1) = \frac{1}{4}\alpha\beta - (\alpha+\beta) + 1 = -1$$

답: ②

16. 등비수열의 공비를 r 이라 할 때

$$2 \times r^5 = 36, \quad r^5 = 18$$

$$a_1 = 2 \times r$$

$$a_2 = 2 \times r^2$$

$$a_3 = 2 \times r^3$$

$$a_4 = 2 \times r^4$$

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 2^4 \times r^{10} = 2^4 \times (2 \times 3^2)^2 = 2^6 \times 3^4$$

$$\therefore m + n = 10$$

답: ③

17. $f(x) = x^3 + ax^2 - (1 + 2a)x + a = (x - 1)(x^2 + (a + 1)x + a)$

따라서 점 P 는 $(1, 0)$ 이고 이때 $y = f(x)$ 에서 점 P 에서의 접선의 방정식을 구하면

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - (1 + 2a)$$

$$f'(1) = 2$$

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

$$= 2x - 2$$

$$\therefore m = 2, \quad n = -2$$

답: ③

18. $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$ 는 두 점 $(1, 1), (x, y)$ 의 거리,

$\sqrt{x^2 + (y-5)^2}$ 는 두 점 $(0, -5), (x, y)$ 의 거리를 나타낸다.

$\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{x^2 + (y-5)^2}$ 에서 x, y 를 좌표평면 위에 나타내면

점 (x, y) 와 점 $(1, 1)$, 점 (x, y) 와 점 $(0, 5)$ 사이의 거리의 합과 같다.

따라서 최솟값은 점 $(1, 1)$ 와 점 $(0, 5)$ 을 잇는 선분 위에 점 (x, y) 가 놓일 때와 같다.

$$\therefore \sqrt{(1-0)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{17}$$

답: ①

19. $\int_0^1 f(t)dt = k$ 라 하면

$$f(x) = 4x^3 + kx \text{이고}$$

$$k = \int_0^1 f(t)dt = \int_0^1 (4t^3 + kt)dt = \left[t^4 + \frac{1}{2}kt^2 \right]_0^1 = 1 + \frac{1}{2}k$$

$$k = 2, \quad f(x) = 4x^3 + 2x \text{ 이므로}$$

$$f(1) = 4 + 2 = 6$$

답: ④

20. 한 개의 주사위를 던질 때 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6로 4가지이다. 이때 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 확률변수 X 는 이항분포 $B(18, \frac{2}{3})$ 를 따른다.

$$E(X) = 18 \times \frac{2}{3} = 12, \quad V(X) = 18 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = 4$$

$$E(X^2) = V(X) + (E(X))^2 = 4 + 12^2 = 148$$

답: ④