

2018년 국가직 9급 수학 가책형 해설

01. ②	02. ③	03. ①	04. ④	05. ④	06. ②	07. ③	08. ①	09. ①	10. ①
11. ④	12. ③	13. ②	14. ④	15. ③	16. ①	17. ②	18. ④	19. ③	20. ③

1. 【정답】 ②

$$z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, \quad 2z + 1 = \sqrt{3}i$$

$$4z^2 + 4z + 1 = -3, \quad z^2 + z + 1 = 0, \quad z^3 = 1$$

$$z^{10} + z^{20} = (z^3)^3 \cdot z + (z^3)^6 \cdot z^2 = z + z^2 = -1$$

2. 【정답】 ③

$$P(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b, \quad R(x) = ax + b$$

$$P(1) = a + b = 3$$

$$P(2) = 2a + b = 6$$

$$a = 3, \quad b = 0, \quad R(x) = 3x$$

$$R(3) = 9$$

3. 【정답】 ①

$$(A^c \cup B^c) - (A^c \cap B^c) = (A \cap B)^c - (A \cup B)^c = (A - B) \cup (B - A)$$

$$= \{1, 2, 3, 4\} - \{3, 4\} = \{1, 2\}$$

$$1 + 2 = 3$$

4. 【정답】 ④

$$f(-1) = a - 3 + b = 3, \quad a + b = 6$$

$$f'(x) = 2ax + 3, \quad f'(-1) = -2a + 3 = -1, \quad a = 2$$

$$b = 4$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 4, \quad f(2) = 8 + 6 + 4 = 18$$

5. 【정답】 ④

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 5$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$$(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$$

$$a + b + c = 5 + 1 + 5 = 11$$

6. 【정답】 ②

$$\log 20 = 1 + \log 2$$

$$n = 1, \alpha = \log 2$$

$$2^{\frac{1}{n}} + 2^{\frac{1}{\alpha}} = 2 + 2^{\frac{1}{\log 2}} = 2 + 2^{\log_2 10} = 2 + 10 = 12$$

7. 【정답】 ③

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n+1)a_n \times \frac{b_n}{n^2+1} = 3 \times 2 = 6$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2n+1)}{n^2+1} \frac{a_n b_n}{n} = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n} = 6$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n} = 3$$

8. 【정답】 ①

$$a + \frac{3}{8} + b = 1, \quad a + b = \frac{5}{8}$$

$$E(X) = 2a + 4 \times \frac{3}{8} + 6b = 5, \quad a + 3b = \frac{7}{4}$$

$$2b = \frac{9}{8}, \quad b = \frac{9}{16}, \quad a = \frac{1}{16}$$

$$b - a = \frac{9}{16} - \frac{1}{16} = \frac{1}{2}$$

9. 【정답】 ①

$$x \geq 1 \text{ 일 때 } f(x) = (1-m)x + 3$$

$$x < 1 \text{ 일 때 } f(x) = (-1-m)x + 5$$

따라서 일대일 대응이 되려면 기울기의 부호가 같아야 하므로

$$(1-m)(-1-m) > 0, \quad (m-1)(m+1) > 0$$

$$m < -1 \text{ 또는 } m > 1$$

10. 【정답】 ①

$$A_n = \int_0^{\frac{1}{2^n}} \left(\frac{1}{2^n} x - x^2 \right) dx = \left[\frac{1}{2^{n+1}} x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right]_0^{\frac{1}{2^n}}$$

$$A_n = \frac{1}{2^{3n+1}} - \frac{1}{3} \frac{1}{2^{3n}} = \frac{1}{2^{3n}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6} \frac{1}{8^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{1}{6} \cdot \frac{\frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

11. 【정답】 ④

$$3A = 9x^2 + 3xy - 12y^2$$

$$A = 3x^2 + xy - 4y^2$$

$$B = 2x^2 + xy + 3y^2$$

$$A + B = 5x^2 + 2xy - y^2$$

12. 【정답】 ③

$$(f \circ (g \circ f)^{-1})(10) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(10) = g^{-1}(10)$$

$$g^{-1}(10) = k \text{라 하면 } g(k) = 10$$

$$2k + 4 = 10, \quad k = 3$$

13. 【정답】 ②

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 1 + 1 = 2$$

14. 【정답】 ④

$$\text{먼저 실근을 가져야 하므로 } \frac{D}{4} = k^2 - 4 \geq 0$$

$$k \leq -2 \text{ 또는 } k \geq 2$$

$$f(1) > 0, \quad 1 - 2k + 4 > 0, \quad k < \frac{5}{2}$$

$$\alpha > 1, \quad \beta > 1 \text{이므로 } \alpha + \beta > 2$$

$$2k > 2, \quad k > 1$$

$$\text{공통범위는 } 2 \leq k < \frac{5}{2}$$

15. 【정답】 ③

$$x - y = k \text{라 하면 } y = x - k$$

k 가 최대일 때는 $y = x^2$ 과 $y = x - k$ 가 접할 때이다.

$$x^2 = x - k, \quad x^2 - x + k = 0, \quad k = \frac{1}{4}$$

k 가 최소일 때는 $y = x^2$ 과 $y = -x + 2$ 의 교점 $(-2, 4)$ 을 지날 때이다.

$$4 = -2 - k, \quad k = -6$$

$$\alpha - \beta = \frac{1}{4} - (-6) = \frac{27}{4}$$

16. 【정답】 ①

$$a + b = 6$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2}, \quad \frac{a+b}{ab} = \frac{3}{2}, \quad ab = 4$$

따라서 a, b 는 방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근이다.

$$|a - b| = \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

17. 【정답】 ②

$g(x) = xf(x)$ 라 하면 $g(-x) = (-x)f(-x) = -xf(x) = -g(x)$ 이다.

$$\int_{-3}^3 (x-1)f(x)dx = \int_{-3}^3 xf(x)dx - \int_{-3}^3 f(x)dx = -2 \int_0^3 f(x)dx = (-2) \times (-2) = 4$$

18. 【정답】 ④

$$x = 3\sqrt{x-2} + 1$$

$$x - 1 = 3\sqrt{x-2}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 9(x-2)$$

$x^2 - 11x + 19 = 0$ 의 두 근을 α, β ($\alpha < \beta$)라 하면 두 점사이의 거리는

$$\sqrt{2(\beta - \alpha)^2} = \sqrt{2}(\beta - \alpha) = \sqrt{2} \frac{2\sqrt{11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 19}}{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{45} = 3\sqrt{10}$$

19. 【정답】 ③

세 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 합이 12인 경우는 다음과 같다.

(4, 4, 4) : 1가지

(3, 3, 6) : 3가지

(3, 4, 5) : 6가지

(2, 4, 6) : 6가지

(2, 5, 5) : 3가지

(1, 6, 5) : 6가지

$$\frac{1}{1+3+6+6+3+6} = \frac{1}{25}$$

20. 【정답】 ③

$$\alpha_n^2 + \beta_n^2 = (\alpha_n + \beta_n)^2 - 2\alpha_n\beta_n = (3n)^2 - 2 \cdot 2 = 9n^2 - 4$$

$$\sum_{n=1}^5 (9n^2 - 5) = 9 \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} - 5 \cdot 5 = 495 - 25 = 470$$