

2018년 경찰공무원(해경) 수학 해설

01. ①	02. ②	03. ②	04. ①	05. ④	06. ①	07. ③	08. ③	09. ③	10. ②
11. ②	12. ③	13. ④	14. ①	15. ③	16. ②	17. ①	18. ③	19. ①	20. ④

1. 【정답】 ①

$X - B = \emptyset$ 이므로 $X \subset B$ 이고, $(B - A) \cup X = X$ 이므로 $B - A \subset X$ 이다.

$$\{6, 7, 8\} \subset X \subset \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

따라서 집합 X 의 개수는 $2^2 = 4$ 개

2. 【정답】 ②

1) $a = b$ 인 경우

$$2a = b^2, 2b = b^2$$

$$b^2 - 2b = 0, b(b - 2) = 0$$

$b = 0, 2$ 이므로 $0 < b < 1$ 인 조건이 성립하지 않는다.

2) $a = b^2$ 인 경우

$$2a = b, 2b^2 = b$$

$$2b\left(b - \frac{1}{2}\right) = 0, b = 0, \frac{1}{2} \text{에서 } 0 < b < 1 \text{이므로 } b = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b^2}{b} = b = \frac{1}{2}$$

3. 【정답】 ②

$$P(x) = (x - 1)^2 Q_1(x) + 2x - 1$$

$$P'(x) = 2(x - 1)Q_1(x) + (x - 1)^2 Q_1'(x) + 2, P'(1) = 2$$

$$P(x) = (x - 1)^2(x + 1)Q_2(x) + ax^2 + bx + c$$

$$P(1) = a + b + c = 1$$

$$P(-1) = a - b + c = 3$$

$$2b = -2, b = -1$$

양변을 미분하면

$$P'(x) = 2(x - 1)(x + 1)Q_2(x) + (x - 1)^2 Q_2'(x) + (x - 1)^2(x + 1)Q_2'(x) + 2ax + b$$

$$P'(1) = 2a + b = 2$$

$$a = \frac{3}{2}, c = \frac{1}{2}$$

$$R(x) = \frac{3}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}, \quad R(5) = \frac{3}{2} \cdot 5^2 - 5 + \frac{1}{2} = 33$$

4. 【정답】 ①

$$y = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$$

x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 3만큼, 원점에 대하여 대칭이동하면

$$-y = \frac{3}{-x-a+1} + 5, \quad y = \frac{3}{x+a-1} - 5$$

$$a-1 = -5, \quad b = -5, \quad k = 3$$

$$a+b+k = -4-5+3 = -6$$

5. 【정답】 ④

$$1) \quad x < 1$$

$$-x+1-2x+5 = 10$$

$$3x = -4, \quad x = -\frac{4}{3}$$

$$2) \quad 1 \leq x < \frac{5}{2}$$

$$x-1-2x+5 = 10$$

$x = -6$ 이므로 성립하지 않는다.

$$3) \quad x \geq \frac{5}{2}$$

$$x-1+2x-5 = 10$$

$$x = \frac{16}{3}$$

$$\text{모든 } x \text{ 값의 합은 } -\frac{4}{3} + \frac{16}{3} = 4$$

6. 【정답】 ①

$$g(f(x)) = x^2 + 1$$

$$f(k) = 14, \quad 3k+2 = 14, \quad k = 4$$

$$g(f(4)) = g(14) = 4^2 + 1 = 17$$

7. 【정답】 ③

$$\textcircled{㉠} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \text{은 발산한다.}$$

$$\textcircled{㉡} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 3^3}{5^n} = \frac{-\frac{1}{5}}{1 - \left(-\frac{1}{5}\right)} + \frac{\frac{27}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = -\frac{1}{6} + \frac{27}{4} = \frac{79}{12} \text{이므로 수렴한다.}$$

$$\textcircled{㉢} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \dots \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4}$$

이므로 수렴한다.

$$\textcircled{㉣} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \text{이므로 발산한다.}$$

8. 【정답】 ③

직선 $\overline{BC}$ 와 직선 l 이 수직일 때 직선 l 에서 점 B까지의 거리와 직선 l 에서 점 C까지의 거리의 합이 최대가 된다. 이때 거리는 두 점 B와 C사이의 거리와 같으므로

$$\sqrt{(3-0)^2 + (4-(-2))^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

9. 【정답】 ③

$$4^{\log_2 3} + \log_3 27 = 2^{\log_2 9} + 3 = 9 + 3 = 12$$

10. 【정답】 ②

$$a_{20} - a_6 = 14d = -25 - 17 = -42$$

$$d = -3$$

$$a_6 = 17 \text{이므로, } a_{11} = 17 + 5 \cdot (-3) = 2, \quad a_{12} = 17 + 6 \cdot (-3) = -1 \text{이다.}$$

따라서 합이 최대가 되는 항은 제 11항이다.

11. 【정답】 ②

$$\frac{100-2a}{100-2a+100-a} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{100-2a}{200-3a} = \frac{1}{4}, \quad a = 40$$

$$\text{따라서 문제에서 구하는 확률은 } \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

12. 【정답】 ③

$$2^{\frac{x}{2}} = 3^{2y} = 5^{3z} = a$$

$$a^{\frac{2}{x}} = 2, a^{\frac{1}{2y}} = 3, a^{\frac{1}{3z}} = 5$$

$$a^{\frac{2}{x} + \frac{3}{2y} + \frac{1}{3z}} = a^2 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$a = 3\sqrt{30}$$

13. 【정답】 ④

$$\frac{2k - (3k + 2)}{k - 1 - k} = \frac{3k + 2 - (k + 5)}{k - (k + 1)}$$

$$k + 2 = -2k + 3$$

$$3k = 1, k = \frac{1}{3}$$

14. 【정답】 ①

$$\int_{-1}^1 x f(x) dx = \int_{-1}^0 x(-x^3 + 1) dx + \int_0^1 x(x^2 + 1) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^0 + \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 = -\frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{20}$$

15. 【정답】 ③

$$3\text{년 후 대출회수금} + \text{예비비} : 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 + 10^5$$

$$3\text{년 후 정기예금} : 10^6 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3$$

$$\text{따라서 } 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 + 10^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 = 2 \times 10^5$$

16. 【정답】 ②

$$h(x) = f(x) - g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + k - (x^3 - x^2 + 3) = x^4 + 2x^2 + k - 3 \text{라 하면}$$

$h(0)h(1) < 0$ 이면 구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 가지므로

$$(k - 3)(1 + 2 + k - 3) < 0$$

$$k(k - 3) < 0$$

$0 < k < 3$ 따라서 정수 k 값의 합은 $1 + 2 = 3$

17. 【정답】 ①

$$2y - 3x = k \text{라 하면}$$

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{k}{2}$$

따라서 최대일 때는 $(1, 3)$ 을 지나고, 최소일 때는 $(3, 1)$ 을 지날 때이다.

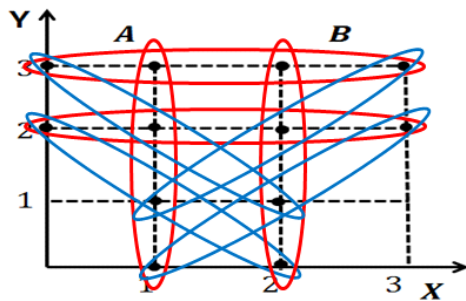
$$6 - 3 = k, \quad k = 3$$

$$2 - 9 = k, \quad k = -7$$

$$M = 3, \quad m = -7$$

$$Mm = 3 \cdot (-7) = -21$$

18. 【정답】 ③



$$\text{삼각형의 개수} : {}_{12}C_3 - 4 \times {}_4C_3 - 4 = 220 - 16 - 4 = 200$$

19. 【정답】 ①

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+2) - 3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+2) - 3}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+2) - 3}{(x+2) - 3} = \frac{1}{2} f'(3) = 1$$

$$f'(3) = 2, \quad f(3) = 3$$

따라서 점 $(3, f(3))$ 에서의 접선의 방정식은 $y - 3 = 2(x - 3)$

$$y = 2x - 3$$

$$2a + b = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

20. 【정답】 ④

$$3! \times {}_4C_2 \times 2 = 72$$