2018.국가직 9급 총평

대부분의 문제가 기본교재나 실전모의에서 접했던 유형과 크게 다르지 않고
또한 난이도가 크게 높은 문제 역시 없어서 풀이에는 큰 어려움이 없었을 것이라 생각합니다.
그러나 대다수 문제가 어느 정도의 풀이과정을 필요로 하기 때문에 기본 개념에 대한 학습이나 주요 유형들에 대한 풀이 연습이 되어있지 않다면 시간 조절에 어려움을 겪었을 수도 있다고 생각합니다.
낯선 유형의 문제가 없도록 평소에 기본교재로 개념을 충분히 학습해야 하며
반복학습을 통하여 빠른계산과 빠른문제파악, 또한 실전모의 풀이를 이용하여
시간단축에 대한 여러 가지 방법들을 평소에도 익혀둔다면 15분 내에 고득점도 충분히 가능하리라 생각됩니다.

수험생 여러분!!정말 고생하셨습니다.
노력에 대한 결실이 반드시 이루어 지시길 기원합니다.

18년 국가직 9급 수학 풀이

1. 정답 ②

$z=\dfrac{-1+\sqrt{3}\,i}{2}$ 라 두면 $2z+1=\sqrt{3}\,i$

양변을 제곱하여 정리하면 $z^2+z+1=0$

양변에 $z-1$을 곱하여 정리하면 $z^3=1$

(준식)$=z^{10}+z^{20}=z+z^2=-1$

2. 정답 ③

$R(x)=ax+b$라 두면

$P(1)=a+b=3$ ⋯ ㉠, $P(2)=2a+b=6$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $a=3,\ b=0$ $\therefore R(x)=3x$

$R(3)=9$

3. 정답 ①

$(A^c\cup B^c)^c=A\cap B=\{5,\ 6,\ 7\}$

$(A^c\cap B^c)^c=A\cup B=\{1,\ 2,\ 5,\ 6,\ 7\}$

$(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)-(A\cap B)=\{1,\ 2\}$

4. 정답 ④

$f'(x)=2ax+3$

$f(-1)=a-3+b=3$ ⋯ ㉠

$f'(-1)=-2a+3=-1$ $\therefore a=2$

㉠에 $a=2$를 대입하면 $b=4$

$\therefore f(x)=2x^2+3x+7$ 이므로 $f(2)=18$

5. 정답 ④

주어진 원의 방정식을 표준형으로 바꾸면 $(x-2)^2+(y+1)^2=5$이므로 중심이$(2,-1)$ 반지름이 $\sqrt{5}$ 인 원이다.

이 원을 x축으로 3만큼, y축으로 2만큼 평행이동하면 중심이 $(5,1)$로 이동하고 반지름은 $\sqrt{5}$ 인 원이 되므로 $a=5, b=1, c=5$ $\therefore a+b+c=11$

6. 정답 ②

$\log 20=1+\log 2$이므로 $n=1,\ \alpha=\log 2,\ \dfrac{1}{\alpha}=\log_2 10$

(준식)$=2+2^{\log_2 10}=2+10^{\log_2 2}=2+10=12$

7. 정답 ③

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_nb_n}{n}=\lim_{n\to\infty}(2n+1)a_n\times\frac{b_n}{n^2+1}\times\frac{n^2+1}{n(2n+1)}$$
$$=3\cdot 2\cdot\frac{1}{2}=3$$

8. 정답 ①

확률의 합은 1이므로

$a+b+\dfrac{3}{8}=1,\quad a+b=\dfrac{5}{8}$ ⋯ ㉠

$E(X)=2a+6b+4\cdot\dfrac{3}{8}=5,\quad 2a+6b=\dfrac{7}{2}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $a=\dfrac{1}{16},\ b=\dfrac{9}{16}$ $\therefore b-a=\dfrac{1}{2}$

9. 정답 ①

$$f(x)=\begin{cases}(1-m)x+3 & (x\geq 1)\\(-m-1)x+5 & (x<1)\end{cases}$$

일대일 대응이 되기 위해서는 기울기의 부호가 같아야 하므로 $(1-m)(-1-m)>0$

$(m-1)(m+1)>0$ $\therefore m<-1$또는 $m>1$

10. 정답 ①

$y=a(x-\alpha)(x-\beta)$와 x축과 둘러싸인 부분의 면적

$S=\dfrac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$(단, $\alpha<\beta$)이므로

$y=\dfrac{1}{2^n}x-x^2=x\left(\dfrac{1}{2^n}-x\right)=0$ $\therefore \alpha=0,\ \beta=\dfrac{1}{2^n}$

면적$S=A_n=\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{2^n}-0\right)^3=\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{8}\right)^n$이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}A_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{6}\left(\frac{1}{8}\right)^n=\frac{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{8}}=\frac{1}{42}$$

11. 정답 ④

$2(2A+B)-(A-B)$
$=3A+3B=2(8x^2+3xy-5y^2)-(x^2-7y^2)$
$=15x^2+6xy-3y^2$

$\therefore A+B=5x^2+2xy-y^2$

12. 정답 ③

$(f\circ(g\circ f)^{-1})(10)=(f\circ f^{-1}\circ g^{-1})(10)=g^{-1}(10)$

$g^{-1}(10)=t$라 두면

$g(t)=2t+4=10$ $\therefore t=g^{-1}(10)=3$

13. 정답 ②

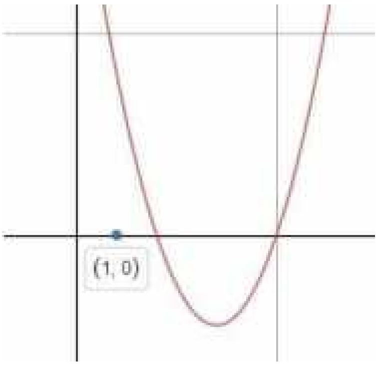
$\displaystyle\lim_{x\to-1+}f(x)=1,\quad \lim_{x\to 1-}f(x)=1$이므로

$\displaystyle\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to 1-}f(x)=2$

14. 정답 ④

$f(x)=x^2-2kx+4$라 하면 그래프의 x절편이 모두

1보다 커야 하므로 다음과 같이 그래프가 그려져야 한다.

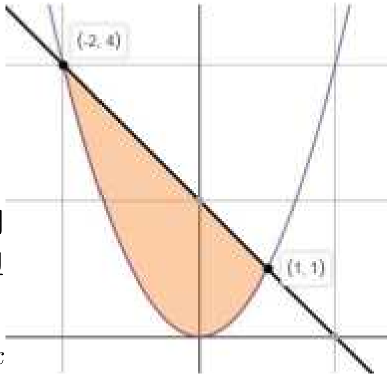


① $D/4 = k^2 - 4 \geqq 0 \quad \therefore k \leqq -2$ or $k \geqq 2$ ⋯ ㉠
② 축$= k > 1$ ⋯ ㉡
③ $f(1) = 1 - 2k + 4 = 5 - 2k > 0 \quad \therefore k < \frac{5}{2}$ ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢ 에 의해 $2 \leqq k < \frac{5}{2}$

15. 정답 ③

연립부등식을 만족시키는 영역은 다음과 같다



$x - y = t$라 하면 $y = x - k$이므로 이 직선을 영역내 에서 적당히 움직여 k의 범위를 찾으면 되므로 t는$(-2, 4)$를 지날 때 최솟값 $\beta = -6$을 가진다.

또 $y = x^2$과 $y = x - k$가 접할 때 최댓값을 가지므로

$x^2 = x - k$ 의 판별식 $D = 0$이므로

$D = 1 - 4k = 0 \quad \therefore$ 최대값 $k = \frac{1}{4} = \alpha$

$\therefore \alpha - \beta = \frac{25}{4}$

16. 정답 ①

두 수열 $a, 3, b$와 $\frac{1}{a}, \frac{3}{4}, \frac{1}{b}$가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$a + b = 6, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{3}{2} \qquad \therefore ab = 4$

$|a - b| = \sqrt{(a+b)^2 - 4ab} = \sqrt{6^2 - 4 \times 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

17. 정답 ②

$f(-x) = f(x)$이면 $f(x)$는 우함수이므로 $xf(x)$ 는 기함수이다.

$$\int_{-3}^{3} (x-1) f(x) dx = \int_{-3}^{3} x f(x) dx - \int_{-3}^{3} f(x) dx$$

$$= -2\int_{0}^{3} f(x) dx = -2 \times (-2) = 4$$

18. 정답 ④

$y = 3\sqrt{x-2} + 1$의 그래프와 그 역함수의 그래프가 만나는 두 점은 $y = 3\sqrt{x-2} + 1$와 $y = x$와의 교점과 일치하므로 $3\sqrt{x-2} + 1 = x$

$3\sqrt{x-2} = x - 1$ 양변을 제곱하여 정리하면

$x^2 - 11x + 19 = 0$이고 이 방정식의 두 근이 교점의 x좌표이다. 두 근을 α, β라 하면 교점의 좌표는 (α, α), (β, β)이므로 두 점사이의 거리는

$$\sqrt{(\alpha - \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2} = \sqrt{2}|\beta - \alpha| = \sqrt{2}\sqrt{11^2 - 4 \times 19}$$
$$= \sqrt{2}\sqrt{45} = 3\sqrt{10}$$

19. 정답 ③

합이 12가 나오는 사건을 E, 세 눈이 모두 같을 사건을 A라 하면 구하고자 하는 확률은 $P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}$

합이 12가 되는 사건을 나열하면
(6, 5, 1) : 6가지
(6, 3, 3) : 3가지
(5, 4, 3) : 6가지
(6, 4, 2) : 6가지
(5, 5, 2) : 3가지
(4, 4, 4) : 1가지 이므로 25가지

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{1}{6^3}}{\frac{25}{6^3}} = \frac{1}{25}$$

20. 정답 ③

$\alpha_n + \beta_n = -3n, \quad \alpha_n \beta_n = 2$ 이므로

$\alpha_n{}^2 + \beta_n{}^2 = (\alpha_n + \beta_n)^2 - 2\alpha_n \beta_n = 9n^2 - 4$

$$\sum_{n=1}^{5} \left(\alpha_n{}^2 + \beta_n{}^2\right) = \sum_{n=1}^{5} (9n^2 - 4) = 9\frac{5 \times 6 \times 11}{6} - 4 \times 5 = 475$$