

(2018. 4. 7 시행) 국가직 9급 기출문제 [수학(다 책형) 해설]

[임 현 준 선생님]

제일고시학원 본점(충남대앞) 중앙로점 www.okpass.com

1번 풀이)

$$x = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{라 하자.}$$

$$2x + 1 = \sqrt{3}i$$

$$\text{양변제곱해서 정리하면 } x^2 + x + 1 = 0$$

$$\text{양변 } x-1 \text{을 곱하면 } x^3 = 1 \text{이다.}$$

답: ②

2번 풀이)

$$P(1)=3, P(2)=6 \text{이고}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + R(x) \text{이다.}$$

$$(\text{단, } R(x) = ax + b)$$

$$f(1) = a + b, f(2) = 2a + b = 6 \Leftrightarrow a = 3, b = 0$$

$$R(x) = 3x \text{이므로 } R(3) = 9$$

답: ②

3번 풀이)

$$A^C \cup B^C = \{1, 2, 3, 4\} \text{를 드모르간의 법칙에 의해서}$$

$$(A \cap B)^C = \{1, 2, 3, 4\} \text{이다. } U - (A \cap B)^C = A \cap B = \{5, 6, 7\}$$

$$A^C \cap B^C = \{3, 4\} \text{를 드모르간의 법칙에 의해서}$$

$$(A \cup B)^C = \{3, 4\} \text{이다. } U - (A \cup B)^C = A \cup B = \{1, 2, 5, 6, 7\}$$

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2\}$$

그러므로 모든원소의 합은 3이다.

(참고: 주어진 조건을 여집합을 취해도 된다.)

답: ①

4번 풀이)

$$f(-1) = a - 3 + b = 3, f'(-1) = -2a + 3 = -1 \text{이므로 } a = 2, b = 4$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 4 \text{이므로 } f(2) = 18$$

답: ④

5번 풀이)

주어진식 $= (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$ 중심이 $(2, -1)$ 이고 반지름이 $\sqrt{5}$ 인 원이다.

x 축으로 3만큼 y 축으로 2만큼 평행이동하면 중심이 $(5, 1)$ 반지름이 $\sqrt{5}$ 인 원으로 변한다.

즉 $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$ 이므로 $a=5, b=1, c=5, a+b+c=11$

(참고: 평행이동하면 곡선의 모양은 변하지 않는다.)

답: ①

6번 풀이)

$\log 20 = \log(10 \times 2) = 1 + \log 2$ 이므로 $n=1, \alpha = \log 2, \frac{1}{n} = 1, \frac{1}{\alpha} = \log_2 10$

$$2^{\frac{1}{n}} + 2^{\frac{1}{\alpha}} = 2 + 2^{\log_2 10} = 12$$

답: ②

7번 풀이)

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n+1)a_n = 3$ 이므로 $a_n = \frac{3}{2n+\alpha}$ (단, α 는 상수)

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n^2+1} = 2$ 이므로 $b_n = 2n^2 + \beta$ (단, β 는 n 에 관한 일차식)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + \gamma}{n} = 3$$

답: ③

8번 풀이)

$$a + \frac{3}{8} + b = 1 \quad \dots \quad ①$$

$$E(X) = 2a + \frac{3}{2} + 6b = 5 \quad \dots \quad ②$$

①, ②번을 연립방정식을 풀면

$$a = \frac{1}{16}, \quad b = \frac{9}{16}$$

$$b - a = \frac{1}{2}$$

답: ④

9번 풀이)

$$f(x) = \begin{cases} (1-m)x+3, & x \geq 1 \\ -(m+1)x+5, & x < 1 \end{cases}$$

일대일 대응이 되기 위해서는 기울기의 부호가 같아야 하므로

$$-(1-m) \times (m+1) > 0 \Rightarrow m < -1, m > 1$$

답: ①

10번 풀이)

$$A_n = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2^n} \right)^3 \quad (\because y = a(x-\alpha)(x-\beta) \text{와 } x \text{축으로 둘러싸인 부분의 넓이})$$

$$= \frac{|a|}{6} (\beta - \alpha)^3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{1}{42}$$

답: ①

11번 풀이)

$$2A + B = 8x^2 + 3xy - 5y^2 \quad \dots \text{ ①}$$

$$A - B = x^2 - 7y^2 \quad \dots \text{ ②}$$

$$\text{①} - \text{②} = A + 2B = 7x^2 + 3xy + 2y^2 \quad \dots \text{ ③}$$

$$\text{①} + \text{③} = 3(A + B) = 15x^2 + 6xy - 3y^2 \text{ 이다.}$$

$$\text{즉, } A + B = 5x^2 + 2xy - y^2$$

답 : ④

12번 풀이)

$$(f \circ (g \circ f)^{-1})(10) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(10) = g^{-1}(10) = 3 \quad (\because g(3) = 10 \Leftrightarrow g^{-1}(10) = 3)$$

답: ②

13번 풀이)

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 2$$

답: ②

14번 풀이)

$f(x) = x^2 - 2kx + 4$ 라 하면 함수의 특징상

i) $f(1) > 0$

$$1 - 2k + 4 > 0, \quad k < \frac{5}{2}$$

ii) $D \geq 0$

$$k^2 - 4 \geq 0, \quad k \leq -2, \quad k \geq 2$$

iii) 대칭축 > 1

$$k > 1$$

세 가지 조건을 만족하는 k 범위는 $2 \leq k < \frac{5}{2}$

답: ④

15번 풀이)

$y = x^2$ 과 $y = -x + 2$ 의 교점의 좌표는 $(1, 1)$, $(2, 4)$ 이다.

$\therefore x - y = k(y = x - k)$ 라 하면 그래프 특징상 접할 때, 최댓값
 $(-2, 4)$ 에서 최솟값을 갖는다.

최댓값은 접선의 기울기가 1이 나올때 접하므로 $y = x^2$ 미분한다.

$$y' = 2x \Big|_{x=\frac{1}{2}} = 1, \quad \text{접점의 좌표는 } \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) \text{이므로 } k = \frac{1}{4} \text{ 즉, } \alpha = \frac{1}{4}$$

최솟값은 $(-2, 4)$ 에서 갖는다. $k = -6$ 이다. 즉, $\beta = -6$

$$\alpha - \beta = \frac{25}{4}$$

답: ②

16번 풀이)

등차중항의 의해

$$a + b = 6, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{2} \text{이므로 } ab = 4$$

$$|a - b| = \sqrt{(a+b)^2 - 4ab} = 2\sqrt{5}$$

답: ①

17번 풀이)

가)조건 $f(-x)=f(x)$ 이므로 $f(x)$ 는 우함수이다.

$$\int_{-3}^3 (x-1)f(x)dx = \int_{-3}^3 xf(x)dx - \int_{-3}^3 f(x)dx = -2 \int_0^3 f(x)dx \quad (\because xf(x) \text{는 기함수})$$

$$= 4$$

답: ②

18번 풀이)

$y = 3\sqrt{x-2} + 1$ 그래프와 역함수의 교점은 $y = 3\sqrt{x-2} + 1$ 와 $y = x$ 의 교점과 일치한다.

$$3\sqrt{x-2} + 1 = x$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{x-2} = x - 1$$

$$\Rightarrow 9(x-2) = (x-1)^2$$

$\Rightarrow x^2 - 11x + 19 = 0$ 의 두 근이 교점의 x 좌표이다.

$$|\beta - \alpha| = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \quad \text{두 점사이의 거리는 } \sqrt{2} \times |\beta - \alpha| = 3\sqrt{10}$$

답: ①

19번 풀이)

합이 12가 나오는 사건 = A

세 눈이 모두 같은 사건 = B 라 하면

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

A 사건: $(6,5,1)=6$ 가지, $(6,4,2)=6$ 가지, $(6,3,3)=3$ 가지, $(5,5,2)=3$ 가지,
 $(5,4,3)=6$ 가지, $(4,4,4)=1$ 가지

$$\therefore \frac{1}{25}$$

답: ③

20번 풀이)

$$\alpha_n + \beta_n = -3n, \quad \alpha_n \beta_n = 2 \text{이므로}$$

$$\alpha_n^2 + \beta_n^2 = 9n^2 - 4$$

$$\sum_{k=1}^5 (9n^2 - 4) = 9 \frac{5 \times 6 \times 11}{6} - 20 = 475$$

답: ③