

19년 소방직 수학 풀이

1. 정답 ④

$$P(x) = (x+1)(2x^5 - 3x^2 + 3) + 4 \text{ 이고}$$

$P(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는

$$P(1) = (1+1)(2-3+3) + 4 = 8$$

2. 정답 ①

$$i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0 (n \text{은 정수}) \text{이므로}$$

$$(i + i^2 + i^3 + i^4) + (i^5 + i^6 + i^7 + i^8) + \dots + (i^{2017} + i^{2018} + i^{2019}) \\ = i^{2017} + i^{2018} + i^{2019} = i + i^2 + i^3 = -1$$

3. 정답 ④

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -3 \text{이므로}$$

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = 12$$

4. 정답 ①

$x+2y=3$ 을 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

$2x+y=3$ 이고 이 직선이 원의 넓이를 이등분 하면 이 직선은 원의 중심 $(1, a)$ 를 지나야 하므로

$$1+2a=3 \quad \therefore a=1$$

5. 정답 ③

$$p: -2 \leq x \leq 3, \quad q: -a \leq x \leq a$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로

p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면 $P \subset Q$ 이므로

$$-a \leq -2 \text{이고 } 3 \leq a \quad \therefore a \geq 3$$

6. 정답 ②

$$(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(0) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(0) \\ = (g^{-1} \circ f)(0) = g^{-1}(f(0)) = g^{-1}(1)$$

$$g^{-1}(1) = t \text{라 두면 } g(t) = 3t - 5 = 1 \quad \therefore t = 2$$

7. 정답 ②

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} = 2(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$$

$$\sum_{k=1}^n f(k) = 2 \sum_{k=1}^n (\sqrt{k+1} - \sqrt{k}) \\ = 2\{(\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\} \\ = 2(-1 + \sqrt{n+1}) = 14 \\ \therefore n = 63$$

8. 정답 ②

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - 2 \right) \text{가 수렴하므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{n} - 2 \right) = 0$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 2$$

준식의 분모, 분자를 n 으로 나눈 후 극한값을 구하면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \frac{a_n}{n} + \frac{1}{n}}{\frac{a_n}{n} + 1} = 2$$

9. 정답 ③

$$\text{그래프에서 } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$$

10. 정답 ①

$h \rightarrow 0$ 일 때 분모 $\rightarrow 0$ 이므로 $f(1) = 5$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - 5}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{3h} \times \frac{3}{2} = f'(1) \times \frac{3}{2} = 3 \\ f'(1) = 2$$

11. 정답 ③

$$(x, f(x)) \text{에서의 접선의 기울기는 } f'(x) = 3x^2 - 3$$

따라서 $f(x) = x^3 - 3x + c$ 이고 이 함수가 $(-1, 1)$ 을 지나므로 $c = -1$

또 $f'(x) = 0$ 인 x 에서 극대값과 극소값을 가지므로

$x = -1$ 에서 극대, $x = 1$ 에서 극소 값을 가진다

그러므로 극솟값은 $f(1) = -3$

12. 정답 ④

a, c, d 를 같은 문자로 보면 되므로

a, a, a, b, e, f 를 일렬로 배열하는 방법과 같다.

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

13. 정답 ④

두 사건 A, B 가 독립이므로 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{3}P(B) \quad \therefore P(B) = \frac{1}{2}$$

14. 정답 ④

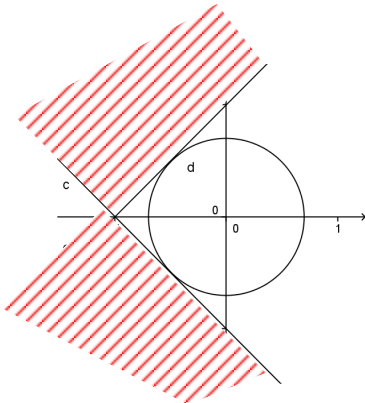
남학생 중에서 한명을 선택했을 때, 그 학생이 2학년 학생일 확률을 구하면 되므로 $\frac{90}{170} = \frac{9}{17}$

15. 정답 ①

$y = \frac{3x-4}{x-a}$ 는 점 $(a, 3)$ 대칭이고 이 점은 $y = x+2$ 를 지난다. 따라서 $3 = a+2 \quad \therefore a = 1$

16. 정답 ③

$(x-y+1)(x+y+1) \leq 0$ 을 도시하면 아래 그림과 같다.



$x^2 + y^2 = r^2$ 으로 두면 이 원이

직선 $x-y+1=0$ 또는 $x+y+1=0$ 에 접할 때 $x^2 + y^2$ 이 최소가 된다.

접하려면 중심에서 직선 $x-y+1=0$ 까지의 거리가

반지름 r 과 같으므로 $r = \frac{|0-0+1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$x^2 + y^2 = r^2 = \frac{1}{2}$$

17. 정답 ④

a_n 은 등차수열이므로

$$a_5 + a_6 = (a+4d) + (a+5d) = 3 \quad 2a+9d=3$$

또 b_n 은 등비수열이므로

$$b^5 \times b^6 = br^4 \times br^5 = 10 \quad b^2 r^9 = 10$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} (a_n + \log b_n) &= \frac{10(2a+9d)}{2} + \log(b \times br^1 \times br^2 \times \dots \times br^9) \\ &= \frac{10(2a+9d)}{2} + \log(b^2 r^9)^5 \\ &= 5 \times 3 + \log 10^5 = 20 \end{aligned}$$

18. 정답 ③

$$\text{준식} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2k}{n} \right)^4 = \int_0^1 (2x)^4 dx = \frac{16}{5}$$

19. 정답 ④

E 에 색 칠할 수 있는 방법의 수는 5가지

B 에 색 칠할 수 있는 방법의 수는 E 에 칠한색을 제외한 4가지

A 에 색 칠할 수 있는 방법의 수는 E, B 에 칠한색을 제외한 3가지

C, D 에 색 칠할 수 있는 방법의 수는

1) C 가 E 와 같은 색일 경우 D 에 칠하는 경우 3가지

2) C 가 E 와 다른 색일 경우 D 에 칠하는 경우 4가지

따라서 $5 \times 4 \times 3 \times 7 = 420$ 가지

20. 정답 ①

주어진 식은 이항분포 $B\left(300, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다

$$\frac{1}{3} + a = 1 \quad a = \frac{2}{3}$$

$$V(X) = 300 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{200}{3}$$

$$V\left(\frac{1}{a}X + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{a^2} V(X) = \frac{9}{4} \times \frac{200}{3} = 150$$