

번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
정답	④	①	②	③	①	②	③	④	③	②	④	①	③	③	①	②	④	①	④	②

해설

1. $x^3 - ax^2 + bx - 6 = (x-1)(x-2)(x+c)$

에서 양변에 1,2를 각각 대입하면

$$1 - a + b - 6 = 0$$

$$8 - 4a + 2b - 6 = 0$$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = 6$, $b = 11$

$$c = -3$$

$$a + b + c = 6 + 11 - 3 = 14$$

답: ④

2. $z = \frac{1}{i+1} = \frac{i-1}{(i+1)(i-1)} = \frac{1-i}{2}$

$$2z^2 - 2z + 5 = 2z(z-1) + 5$$

$$z \text{를 대입하면 } 2\left(\frac{1-i}{2}\right)\left(\frac{-1-i}{2}\right) + 5 = \frac{-1-1}{2} + 5 = 4$$

답: ①

3. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 에서

$$a > 0, b < 0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(b-a)^2} - 2\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} &= -(b-a) - 2a + (-b) \\ &= -a - 2b \end{aligned}$$

답: ②

4. 근과 계수의 관계의 의해 이차방정식 $x^2 + (a+1)x + 2 = 0$ 은 두 근의 곱이 2이고 이때, 조건을 만족하는 두 근의 순서쌍은 $(-1, -2)$, $(1, 2)$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의해 $a+1 = 3$, $a+1 = -3$

$$\therefore a = -4 \ (a < 0)$$

답: ③

$$5. x^3 + (3-a)x^2 + ax - 4 = (x-1)\{x^2 + (4-a)x + 4\} = 0$$

x 가 1의 중근을 가질 때, $1+4-a+4=0$, $a=9$ 이고

x 가 1이 아닌 중근을 가질 때, $D(\text{판별식}) = (4-a)^2 - 16 = 0$

$$a=8 \text{ 또는 } a=0$$

따라서, 모든 실수 a 의 값의 합은 17이다.

답: ①

$$6. \frac{D}{4}(\text{판별식}) = (a-2k)^2 - (a^2 - 2k + 4k^2) = 0$$

$$-4ak + 2k = 0$$

$$2k(-2a+1) = 0$$

k 의 값에 관계없이 x 축에 접해야 하므로 $-2a+1=0$, $2a=1$ 이다.

답: ②

7. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 와 직선 $y = -3x + q$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$x^2 + px + 4 = -3x + q, \quad x^2 + (p+3)x + 4 - q = 0, \quad x_1 = -1, x_2 = 2$$

이때, 근과 계수의 관계에 의해 $-(p+3) = x_1 + x_2 = 1$, $4 - q = x_1 \times x_2 = -2$

$$\therefore p = -4, q = 6$$

$$p^2 - q^2 = -20$$

답: ③

8. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 이 $-1 < x < 2$ 을 해로 가지기 위한 a 와 b, c 의 관계

식은 $-a(x+1)(x-2) < 0$ 에서 $a = -b = -\frac{c}{2}$ ($a < 0$)

이를 이차부등식 $cx^2 - ax - b < 0$ 에 대입하면 $-a(2x-1)(x+1) < 0$

$a < 0$ 이므로 $(2x-1)(x+1) < 0$

따라서, 해는 $-1 < x < \frac{1}{2}$

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{1}{2}$$

답: ④

9. 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 한 원은 점 $(1+a, -1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이다.

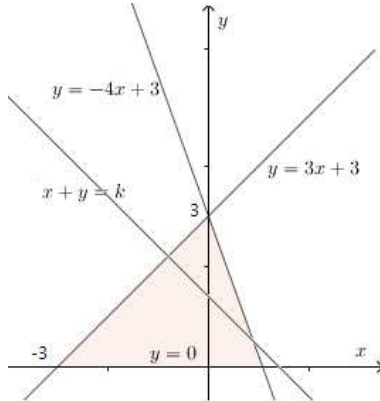
직선 $3x + 4y = 5$ 와 접하므로, $\frac{|3+3a-4-5|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|3a-6|}{5} = 1$

정리하면, $a = \frac{11}{3}$, $a = \frac{1}{3}$

따라서, 모든 a 값의 합은 4이다.

답: ③

10. $x + y = k$ 라 하면



색칠한 부분을 지나는 직선 $x + y = k$ 은 세 부등식을 모두 만족시킨다.

따라서 직선 $x + y = k$ 가 $(0, 3)$ 을 지날 때, $(-3, 0)$ 을 지날 때 각각 k 가 최댓값, 최솟값을 갖는다.

따라서, $M = 3, m = -3$

답: ②

11. 다항함수 $f(x)$ 는 첫 번째 조건으로 인해 최고차항의 계수가 2고 이차항의 계수가 2인 다항식이다.

이 때, 두 번째 조건에서 값이 일정 값으로 수렴하므로 $f(1) = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{f'(1)}{2} = -1, \quad f'(1) = -2$$

따라서, $f(x) = 2(x-1)^2 - 2(x-1)$, $f(2) = 0$

답: ④

12. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2$ 의 접선 중 기울기가 최소인 점의 x 좌표는 그래프의 도함수가 최솟값을 갖는 점의 x 좌표와 같다.

도함수의 그래프는 $y = 3x^2 - 6x = 3(x-1)^2 - 3$ 이고 $x = 1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 즉, $x = 1$ 일 때, 곡선의 y 좌표는 0이고 기울기는 -3 이다. 따라서, 접선의 방정식은 $y = -3(x-1)$

$$\therefore m = -3, n = 3$$

답: ①

13. $f(1) = 5, f'(1) = 3$

$y = x^2 f(x)$ 을 x 에 대해 미분하면 $y' = 2xf(x) + x^2 f'(x)$

1을 대입하면 $2f(1) + f'(1) = 2 \times 5 + 3 = 13$

따라서 $x = 1$ 인 점에서의 접선의 기울기는 13이다.

답: ③

14. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 6$ 의 도함수는 $f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x+2)$ 이고,

구간 $[-2, 3]$ 에서 극솟값($x=0$), 극댓값($x=2$)을 갖는다.

최댓값: $f(2) = -2 < f(-2) = 14, \therefore 14$

최솟값: $f(0) = -6 = f(3) = -6 \therefore -6$

$M + m = 14 + (-6) = 8$

답: ③

15. $f(x) = \int_2^x (t^2 + 1)(2t + 3)dt$ 의 양변을 x 에 대해 미분하면

$f'(x) = (x^2 + 1)(2x + 3)$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = \lim_{2h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \times 2 = 2f'(1)$

$\therefore 2f'(1) = 2 \times 10 = 20$

답: ①

16. 곡선 $y = (x^2 - 2x)(x - a)$ 은 x 축과의 교점이 0, 2, a 이다. 이때, x 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 같으므로

$\int_0^2 (x^2 - 2x)(x - a)dx = - \int_2^a (x^2 - 2x)(x - a)dx$

$\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{(2+a)}{3}x^3 + ax^2 \right]_0^2 = - \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{(2+a)}{3}x^3 + ax^2 \right]_2^a$

$\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{(2+a)}{3}x^3 + ax^2 \right]_0^2 = - \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{(2+a)}{3}x^3 + ax^2 \right]_2^a$

$\left(\frac{4}{3}a - \frac{4}{3} \right) - 0 = \left(\frac{4}{3}a - \frac{4}{3} \right) - \left(-\frac{1}{12}a^4 + \frac{1}{3}a^3 \right)$

$\therefore a = 4 (a > 2)$

답: ②

17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right)^2 \frac{3}{n} = 3 \int_0^1 (1+x)^2 dx = 3 \int_1^2 x^2 dx$

$$= 3 \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_1^2 = 3 \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3} \right) = 7$$

답: ④

18. 음의 아닌 정수 a, b, c, d 를 각각 $x = a + 2, y = b + 2, z = c + 2, w = d + 2$ 라 할 때
 $x + y + z + w = a + b + c + d + 8 = 15, a + b + c + d = 7$

방정식 $a + b + c + d = 7$ 을 만족시키는 음의 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 서로 다른 4개에서 중복을 허락하여 7개를 택하는 중복조합의 수와 같다. 즉,

$$\begin{aligned} {}_4H_7 &= {}_{4+7-1}C_7 = {}_{10}C_7 \\ &= {}_{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120 \end{aligned}$$

답: ①

19. 주사위를 던질 때, 1의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$ 이고 1의 눈이 나오지 않을 확률은 $\frac{5}{6}$ 이다.

따라서 주사위를 3번 던질 때 확률은 다음과 같다.

$${}_3C_2 \left(\frac{1}{6} \right)^2 \left(\frac{5}{6} \right) = \frac{5}{72}$$

답: ④

20. 모집단이 정규분포를 따르므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(450, 75^2)$ 을 따른다. 최저점수를 x 라 할 때 $Z = \frac{\bar{X} - 450}{75}$ 이라 하면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \geq x) &= P(Z \geq \frac{x - 450}{75}) \\ &= P(Z \geq 1) \end{aligned}$$

$$(P(Z \geq 1) = 0.16 = \frac{640}{4000})$$

$$\text{따라서, } \frac{x - 450}{75} = 1, x = 525$$

답: ②