

번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
정답	④	①	④	②	③	③	②	③	②	④	④	①	③	①	②	②	④	①	④	③

해설

1. $1+i$ 가 한 근이므로 $1-i$ 가 다른 한 근이다.

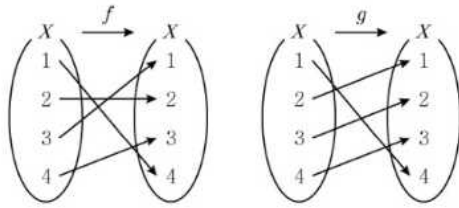
근과 계수의 관계에 의해

$$(1+i)(1-i)=a$$

$$a=1^2-i^2=1-(-1)=2$$

답: ④

2.



$$(g \circ f^{-1})^{-1}(2) = (f \circ g^{-1})(2) = f(g^{-1}(2)) = f(3) = 1$$

답: ①

3. 조건 $p(-1)=p(0)=p(2)=0$ 을 만족하는 삼차다항식을 세우면

$$p(x)=x(x+1)(x-2) \text{이다.}$$

$p(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 상수이고

$$\text{따라서, } p(1)=1 \times 2 \times (-1) = -2$$

답: ④

4. $f(x)$ 는 연속함수이므로 $x=2$ 에서 연속이어야 하므로

$$f(2)=\lim_{x \rightarrow 2} f(x), \quad f(0)=\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{이 모두 성립한다.}$$

(가) 조건에 의해 $f(2)=4-2a+2$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)=4+b$ 이다.

$$4-2a+2=4+b, \quad b=2-2a \quad \dots\dots ①$$

(나) 조건에 의해 $f(0)=f(3)$ 이고

(가)에서 $f(0)=f(3)=6+b$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)=2$ 이다.

$$\text{따라서 } 6+b=2 \quad \dots \quad b=-4$$

이를 ①에 대입하면 $a=3$

$$\therefore a+b=3+(-4)=-1$$

답: ②

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_1 + a_2 = a_1 + a_1 + d = 0 \quad \cdots \quad a_1 = -\frac{1}{2}d$$

$$\text{따라서 } a_n = -\frac{1}{2}d + (n-1)d = (n - \frac{3}{2})d \text{이고}$$

$$a_k = 3a_4 \quad \cdots \quad (k - \frac{3}{2})d = 3(4 - \frac{3}{2})d$$

정리하면 $k=9$

따라서 자연수 k 의 값은 9이다.

답: ③

6. $x^2 \geq 9$ 일 때

$$x^2 - 9 - 1 = m \quad \cdots \quad x^2 = m + 10$$

$x^2 < 9$ 일 때

$$-x^2 + 9 - 1 = m \quad \cdots \quad x^2 = 8 - m$$

이때, 서로 다른 세 실근을 가지려면 두 경우 중 한 가지는 서로 다른 두 실근, 나머지 하나는 중근을 가져야 한다. 만약 $x^2 \geq 9$ 일 때 중근을 가진다면

$m + 10 = 0$, $m = -10$ 이고 이 경우, $x^2 < 9$ 일 때, $x^2 = 8 - (-10) = 18$ 이므로 하나의 근밖에 가지지 못한다.

$x^2 < 9$ 일 때, 중근을 가지면 $8 - m = 0$, $m = 8$ 이고 $x^2 \geq 9$ 일 때, $x^2 = 18$ 이므로 서로 다른 세 실근을 가질 수 있다.

근 0 , $3\sqrt{2}$, $-3\sqrt{2}$ 의 세 실근을 가진다.

$$\therefore m = 8$$

답: ③

7. 표본평균을 $\bar{x}$ 라 하면 모표준편차가 3이고 표본의 크기가 16인 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 1.96 \frac{3}{\sqrt{16}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \frac{3}{\sqrt{16}}$$

$$\bar{x} - 1.47 \leq m \leq \bar{x} + 1.47$$

따라서 $a = \bar{x} - 1.47$, $b = \bar{x} + 1.47$ 이고

$$b - a = 2.94 \text{이다.}$$

답: ②

8. $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$2f(x) = xf'(x) + 2$$

$$\Rightarrow 2(ax^2 + bx + c) = x(2ax + b) + 2$$

$$\Rightarrow bx = -2c + 2$$

모든 x 에 대해서 성립하므로 $b = 0, -2c + 2 = 0 \cdots c = 1$

정리하면 $f(x) = ax^2 + 1$ 이고 $f(1) = 3$ 이므로

$$f(1) = a + 1 = 3 \cdots a = 2$$

다시 정리하면 $f(x) = 2x^2 + 1$ 이고 $f(2) = 2 \times 4 + 1 = 9$

답: ③

9. 양변에 $\log$ 를 취하면

$$a \log 10 = \frac{1}{3} \log 40 \quad \cdots \quad a = \frac{1}{3} (1 + \log 4)$$

$$b \log 1000 = \log 400 \quad \cdots \quad 3b = 2 + \log 4$$

$$a = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log 4, \quad b = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \log 4 \quad \therefore b - a = \frac{1}{3}$$

(다른풀이) $10^a = \sqrt[3]{40}$ 이므로 $10^a = 40^{\frac{1}{3}}$

$1000^b = 400$ 이므로 $10^b = 400^{\frac{1}{3}}$

$$\text{두 식의 각변을 나누면 } 10^{b-a} = \left(\frac{400}{40} \right)^{\frac{1}{3}} = 10^{\frac{1}{3}} \quad \therefore b - a = \frac{1}{3}$$

답: ②

$$\begin{aligned} 10. \quad a_n &= S_n - S_{n-1} = (2n+1)5^n - (2n-1)5^{n-1} \\ &= (8n+6) \times 5^{n-1} \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(8n+6) \times 5^{n-1}}{(2n+1)5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n+6}{10n+5} = \frac{4}{5}$$

답: ④

11. 산술기하 평균에 의해

$$1 = 2a + 5b \geq 2\sqrt{2a \times 5b} = 2\sqrt{10ab}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{10ab} \leq 1 \quad \cdots \quad 40 \leq 2\sqrt{\frac{10}{ab}} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

산술기하 평균과 ①에 의해

$$\frac{5}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{5}{a} \times \frac{2}{b}} = 2\sqrt{\frac{10}{ab}} \geq 40$$

따라서, $\frac{5}{a} + \frac{2}{b}$ 의 최솟값은 40이다.

답: ④

12. 선분 PQ 를 $k:1$ 로 내분하는 점을 M 이라 하자

내분점-외분점 공식에 의하여

$$M\left(\frac{6 \times k + (-2) \times 1}{k+1}, \frac{0 \times k + 8 \times 1}{k+1}\right)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{6k-2}{k+1}, \frac{8}{k+1}\right)$$

$y=2x$ 에 대입하면

$$\frac{8}{k+1} = 2 \times \frac{6k-2}{k+1}$$

k 는 양수이므로 $8 = 2(6k-2)$

정리하면 $k=1$

답: ①

$$13. y = \frac{ax+2}{x+b} = a\left(\frac{x+b}{x+b}\right) + \frac{-ab+2}{x+b} = a + \frac{-ab+2}{x+b}$$

점근선이 $x=1, y=0$ 이므로 $b=-1, a=0$ 이다.

$$a-b = 0 - (-1) = 1$$

답: ③

14. 원의 방정식 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 3$ 에 $y=kx$ 을 대입하면

$$(x-2)^2 + (kx-2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow (k^2+1)x^2 - 4(k+1)x + 5 = 0$$

적어도 한 점에서 만나므로 판별식을 이용하면

$$\frac{D}{4} = \{-2(k+1)\}^2 - 5 \times (k^2+1) \geq 0$$

$$k^2 - 4k + 1 \leq 0$$

$k^2 - 4k + 1 = 0$ 의 실근을 α, β ($\alpha \leq \beta$)라 할 때 $\alpha \leq k \leq \beta$

따라서 $Mm = \alpha\beta$, 이는 근과 계수의 관계에 의해 $Mm = 1$ 이다.

답: ①

15. (가) 조건에 의해 B 는 A 의 원소 중 두 개와 $(X-A)$ 의 원소 중 하나를 가지고 있다.

(나) 조건에 의해 (B 의 모든 원소의 곱) = (A 의 모든 원소의 곱) = 24이므로

$(X-A)$ 의 원소 중 6만 24의 약수이므로 $6 \in B$ 이고 따라서

$$1 \times 4 \times 6 = 24, \quad \text{즉, } B = \{1, 4, 6\} \text{이다.}$$

$$\therefore 1+4+6 = 11$$

답: ②

16. $F(x) = (x^2 + 2) \int_1^x f(t)dt$ 의 양변을 x 에 대해 미분하면

$$F'(x) = 2x \int_1^x f(t)dt + (x^2 + 2)f(x)$$

$$F'(0) = 2f(0) \text{ 이고 } F'(1) = 3f(1) \text{ 인 데}$$

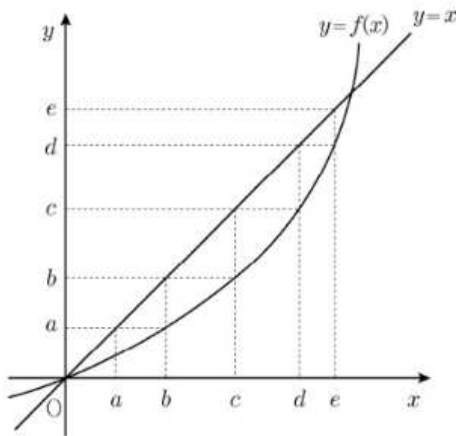
$$F'(0) = F'(1) \text{ 이므로 } \dots 2f(0) = 3f(1)$$

$$f(0) : f(1) = 3 : 2$$

$$f(0) = 3k, f(1) = 2k \text{ 라 하면 } \frac{f(1)}{f(0)} = \frac{2k}{3k} = \frac{2}{3}$$

답: ②

17.



$$\textcircled{1} f^{-1}(c) = d \quad (\text{X})$$

$$\textcircled{2} (f \circ f)(d) = f(c) = b \quad (\text{X})$$

$$\textcircled{3} (f \circ f)(e) = f(d) = c$$

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(b) = f^{-1}(c) = d$$

$\vdots$

$$(f \circ f)(e) \neq (f^{-1} \circ f^{-1})(b) \quad (\text{X})$$

$$\textcircled{4} (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(b) = (f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(d) = e \quad (\text{O})$$

답: ④

18.

i) 첫 문자가 b로 시작하면

(가) 조건에 의해 $b\Delta b\Delta b\Delta b\Delta b\Delta b \Rightarrow \Delta 5$ 개중 a가 들어갈 3개를 고르면 된다.

bbbababa bbabbaba bbababba bbababab babbabab babbabba babbabab bababbba bababbab

babababb $\therefore {}_5C_3 = 10$

ii) 첫 문자가 a 로 시작하면

(나) 조건에 의해 마지막 문자는 b 이고 (가) 조건에 의해 $ab\Delta b\Delta b\Delta b\Delta b \Rightarrow \Delta$
4개중 a 가 들어갈 2개를 고르면 된다. $\therefore {}_4C_2 = 6(\text{가지})$

abbbabab abbbabab abbababb ababbbab ababbabb abababbb

따라서 i)와 ii)의 경우를 합하면

$\therefore$ 16답: ①

19. $y = \frac{n}{x}$ ($x > 0$), 중심이 $(0, 0)$ 인 원 모두 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

원과 $y = \frac{n}{x}$ ($x > 0$)의 교점도 $y = x$ 를 지난다.

(그림을 그려보면 쉽게 알 수 있다.)

$\therefore \frac{n}{x} = x$ 에서 $x^2 = n$ ($x > 0$) $\cdots$ $x = \sqrt{n}$ 이고

교점은 따라서 $(\sqrt{n}, \sqrt{n})$ 이다.

이 때 교점을 지나는 원의 반지름 r_n 은 $\sqrt{(\sqrt{n})^2 + (\sqrt{n})^2} = \sqrt{2n}$ 이고

$$\therefore \sum_{n=1}^{10} r_n^2 = \sum_{n=1}^{10} (2n) = 2 \times \frac{10 \times 11}{2} = 110$$

답: ④

20. (가) 조건에 의해 $f(1) = -1$, $f'(1) = 0$

(나) 조건에 의해 $f(1) + f(0) = 1 \cdots f(0) = 1 - (-1) = 2$

$$-f'(1-x) + f'(x) = 0 \cdots -f'(1) + f'(0) = 0$$

$$f'(0) = f'(1) = 0$$

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 라 하면

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \text{ 이고}$$

$$f(1) = a + b + c + d = -1, f'(1) = 3a + 2b + c = 0$$

$$f(0) = d = 2, f'(0) = c = 0$$

$\vdots$

$$\begin{cases} a+b=-3 \\ 3a+2b=0 \end{cases}, a=6, b=-9, c=0, d=2$$

$$f(x) = 6x^3 - 9x^2 + 2$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9} - 1 + 2 = \frac{11}{9}$$

답: ③