

2019년 제2회 서울시 9급 수학 A책형 해설

01. ③	02. ④	03. ②	04. ①	05. ②	06. ④	07. ①	08. ④	09. ③	10. ③
11. ③	12. ②	13. ①	14. ②	15. ③	16. ②	17. ④	18. ①	19. ③	20. ②

1. 【정답】 ③

등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$0 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_9 + a_{10}$$

등식의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_9 + a_{10}$$

두 식을 더하면

$$2^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10})$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = 2^9 = 512$$

2. 【정답】 ④

$$P(x) = (x^2 - 3x - 18)Q(x) + 2x - 3$$

$$P(x) = (x - 6)(x + 3)Q(x) + 2x - 3$$

$P(3x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지는 $P(6)$ 이므로

$$P(6) = 2 \cdot 6 - 3 = 9$$

3. 【정답】 ②

$$x + (2x - y - 5)i = 3$$

$$x = 3, \quad 2x - y - 5 = 0$$

$$y = 1$$

$$x + y = 3 + 1 = 4$$

4. 【정답】 ①

$$x^2 + (2a + 2k)x + k^2 + 6k - 9b = 0$$

$$\frac{D}{4} = (a + k)^2 - k^2 - 6k + 9b = 0$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 2ak - 6k + 9b = 0$$

$$(2a - 6)k + a^2 + 9b = 0$$

$$a = 3, \quad b = -1$$

$$a + b = 3 - 1 = 2$$

5. 【정답】 ②

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$$

중심의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 중심의 좌표가 $(0, 0)$ 이 된다.

$$a=2, b=-3, c=4$$

$$a+b+c=2-3+4=3$$

6. 【정답】 ④

$$d = \frac{|-k-1|}{\sqrt{5}} = \frac{|2k+4|}{\sqrt{5}}$$

$$|-k-1| = |2k+4|, |k+1| = 2|k+2|$$

$$1) k < -2$$

$$-k-1 = -2k-4$$

$$k = -3$$

$$2) -2 \leq k < -1$$

$$-k-1 = 2k+4$$

$$3k = -5, k = -\frac{5}{3}$$

$$3) k \geq -1$$

$k+1 = 2k+4$, $k = -3$ 인데 $k \geq -1$ 이므로 맞지 않는다.

$$\text{모든 실수 } k \text{ 값들의 합은 } -3 - \frac{5}{3} = -\frac{14}{3}$$

7. 【정답】 ①

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 18$$

k 는 원의 중심 $(-1, -2)$ 와 직선 $y = -x + 5$ 사이의 거리에서 원의 반지름 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 를 뺀 값이다.

$$k = \frac{|-1-2-5|}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2} = \frac{8}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$k^2 = 2$$

8. 【정답】 ④

조건 p 를 인수분해하면 $(x+2)(x+1)(x-1) = 0$, $x = -2, -1, 1$

조건 q 를 인수분해 하면 $(x+3)(x-1) = 0$, $x = -3, 1$

따라서 ' p 이고 $\sim q$ '의 진리집합은 $\{-2, -1\}$ 이다.

모든 원소의 합은 $-2-1 = -3$

9. 【정답】 ③

$$f^{-1}(3) = 0 \text{ 이므로 } f(0) = 3, 3a = 3, a = 1$$

$$f(x) = x + 3 \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = x - 3$$

$$(g \circ f^{-1})(x) = g(x - 3) = 5x - 4$$

$$b(x - 3) + c = 5x - 4$$

$$b = 5, -3b + c = -4, c = 11$$

$$a + b + c = 1 + 5 + 11 = 17$$

10. 【정답】 ③

$$y = \frac{3(x+1)-2}{x+1} = \frac{-2}{x+1} + 3$$

$$\text{따라서 최솟값은 } x = 0 \text{ 일 때 } -2 + 3 = 1$$

$$\text{최댓값은 } x = 4 \text{ 일 때 } \frac{13}{5}$$

$$\text{최댓값과 최솟값의 합은 } 1 + \frac{13}{5} = \frac{18}{5}$$

11. 【정답】 ③

$$S_n = n^2 + n \text{ 이므로 } a_n \text{ 은 첫째항 } 2, \text{ 공차 } 2 \text{ 인 등차수열이다.}$$

$$a_n = 2n$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{12} \frac{13}{a_n a_{n+1}} &= \sum_{n=1}^{12} \frac{13}{2n(2n+2)} = \frac{13}{2} \sum_{n=1}^{12} \left(\frac{1}{2n} - \frac{1}{2n+2} \right) \\ &= \frac{13}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{24} - \frac{1}{26} \right) = \frac{13}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{26} \right) = \frac{13}{2} \times \frac{12}{26} = 3 \end{aligned}$$

12. 【정답】 ②

$$9^{\frac{1}{x}} = 5, 27^{\frac{1}{y}} = 15$$

$$3^{\frac{2}{x}} = 5, 3^{\frac{3}{y}} = 15$$

$$3^{\frac{2}{x} - \frac{3}{y}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

$$\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -1$$

13. 【정답】 ①

$$a_5 + a_6 = \frac{80}{3}r + \frac{80}{3}r^2 = 160$$

$$r^2 + r - 6 = 0, (r+3)(r-2) = 0$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } r = 2$$

14. 【정답】 ②

$$a_1 \leq a_2 = a_3 \leq a_4 \leq a_5 \text{인 경우의 수는 } {}_6H_4 = {}_9C_4 = 126$$

15. 【정답】 ③

$$\text{이항정리에 의해 } A = (1+7)^8 = 8^8 = 2^{24} \text{이다.}$$

$$\log_4 A = \log_4 2^{24} = \frac{24}{2} \log_2 2 = 12$$

16. 【정답】 ②

$$E(2X+1) = 9$$

$$2E(X) + 1 = 9, E(X) = 4$$

$$20p = 4, p = \frac{1}{5}$$

$$V(X) = \frac{16}{5}$$

$$E(X^2) - 4^2 = \frac{16}{5}, E(X^2) = \frac{96}{5}$$

17. 【정답】 ④

$$3n^2 - 1 < na_n < 3n^2 + 2$$

$$\frac{3n^2 - 1}{n} < a_n < \frac{3n^2 + 2}{n}$$

$$\frac{3n^2 - 1}{n(2n+1)} < \frac{a_n}{2n+1} < \frac{3n^2 + 2}{n(2n+1)}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2n+1} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + n + 2}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2n+1} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{2n+1} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

18. 【정답】 ①

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n = \frac{\frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}} + \frac{\frac{4}{5}}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{3}{2} + 4 = \frac{11}{2}$$

19. 【정답】 ③

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2 + 3x - 1} = 1$ 이므로 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 2인 이차식이다.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-1)(x-2)} = 4$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-2$ 를 인수로 가진다.

$f(x) = 2(x-2)(x-a)$ 로 놓으면

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x-a)}{(x-1)(x-2)} = 2(2-a) = 4, a = 0$

$f(x) = 2x(x-2), f(3) = 6$

20. 【정답】 ②

함수 $f(x)$ 의 부정적분 중 하나를 $F(x)$ 라 하면

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x^2 - 1} = \frac{1}{2}f(1) = \frac{1}{2} \times (-6) = -3$