

## 2018년 제1차 경찰공무원(순경) 수학 해설

01. ④ 02. ① 03. ② 04. ③ 05. ① 06. ② 07. ③ 08. ④ 09. ③ 10. ②  
 11. ④ 12. ① 13. ③ 14. ③ 15. ① 16. ② 17. ④ 18. ① 19. ④ 20. ②

**1. 【정답】 ④**

상수항을 비교하면  $-6 = (-1)(-2) \cdot c$ ,  $c = -3$

$$(x-1)(x-2)(x-3) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

$$a = 6, b = 11$$

$$a + b + c = 6 + 11 - 3 = 14$$

**2. 【정답】 ①**

$$z = \frac{1}{i+1} = \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{2}$$

$$2z - 1 = -i$$

$$4z^2 - 4z + 1 = -1$$

$$4z^2 - 4z + 2 = 0, 2z^2 - 2z + 1 = 0$$

$$2z^2 - 2z + 5 = 4$$

**3. 【정답】 ②**

문제의 조건으로부터  $a > 0$ ,  $b < 0$ 이므로

$$\sqrt{(b-a)^2} - 2\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = -b + a - 2a - b = -a - 2b$$

**4. 【정답】 ③**

한 근을  $\alpha$ 라 하면 다른 한 근은  $2\alpha$ 이다.

$$\text{두 근의 곱의 관계에서 } 2\alpha^2 = 2, \alpha = \pm 1$$

$a < 0$ 이므로 이차방정식의  $\alpha = 1$ 이고 두 근은 1, 2이다.

$$-(a+1) = 3, a = -4$$

**5. 【정답】 ①**

$f(x) = x^3 + (3-a)x^2 + ax - 4$ 라 하면  $f(1) = 0$ 이므로  $x = 1$ 을 근으로 가진다.

조립제법을 써서 인수분해하면

$$(x-1)(x^2 + (4-a)x + 4) = 0$$

따라서 삼차방정식이 중근을 갖는 경우는 이차방정식  $x^2 + (4-a)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖거나,  $x = 1$ 을 근으로 가지는 경우이다.

1)  $x^2 + (4-a)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖는 경우

$$D = 16 - 8a + a^2 - 16 = 0$$

$$a^2 - 8a = 0, a(a-8) = 0$$

$$a = 0, 8$$

2)  $x^2 + (4-a)x + 4 = 0$ 이  $x = 1$ 을 근으로 가지는 경우

$$1 + (4-a) + 4 = 0, a = 9$$

따라서 모든 실수  $a$ 의 값의 합은  $0 + 8 + 9 = 17$

6. 【정답】 ②

$$\frac{D}{4} = (a-2k)^2 - (a^2 - 2k + 4k^2) = 0$$

$$a^2 - 4ak + 4k^2 - a^2 + 2k - 4k^2 = 0$$

$$(2-4a)k = 0$$

$$2 = 4a, 2a = 1$$

7. 【정답】 ③

$$x^2 + px + 4 = -3x + q$$

$$x^2 + (p+3)x + 4 - q = 0$$

$$-(p+3) = -1 + 2, p = -4$$

$$4 - q = (-1) \cdot 2, q = 6$$

$$p^2 - q^2 = (-4)^2 - 6^2 = -20$$

8. 【정답】 ④

$-1 < x < 2$ 의 해로부터 이차부등식은  $a(x+1)(x-2) > 0$ 의 형태를 가지는 것을 알 수 있다. ( $a < 0$ )

$$a(x^2 - x - 2) > 0 \text{에서 } b = -a, c = -2a$$

$$cx^2 - ax - b = -2ax^2 - ax + a = (-a)(2x^2 + x - 1)$$

$$(-a)(2x^2 + x - 1) < 0$$

$$2x^2 + x - 1 < 0, (2x-1)(x+1) < 0$$

$$-1 < x < \frac{1}{2}, \alpha + \beta = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

9. 【정답】 ③

원의 중심은  $(1+a, -1)$ 이므로

$$d = \frac{|3(1+a) - 4 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

$$|3a - 6| = 5$$

$$a = \frac{6 \pm 5}{3}, \quad a = \frac{11}{3}, \frac{1}{3}$$

$$\text{모든 상수 } a \text{의 값의 합은 } \frac{11}{3} + \frac{1}{3} = 4$$

10. 【정답】 ②

$x + y = k$ 라 하면  $y = -x + k$

문제의 부등식의 영역에서  $k$ 가 최대일 때는  $y = -x + k$ 가  $(0, 3)$ 을 지날 때이고, 최소일 때는  $y = -x + k$ 가  $(-3, 0)$ 을 지날 때이다.

$$M = 3, \quad m = -3$$

$$M - m = 3 - (-3) = 6$$

11. 【정답】 ④

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + x + 2} = 2$ 로부터  $f(x)$ 는 2차식이고, 최고차항의 계수가 2임을 알 수 있다.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = -1$ 로부터  $f(x)$ 는  $(x-1)$ 을 인수로 가짐을 알 수 있다.

$f(x) = 2(x-1)(x+a)$ 로 놓으면

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)(x+a)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x+a)}{(x+1)} = 1 + a = -1$$

$$a = -2$$

$$f(x) = 2(x-1)(x-2), \quad f(2) = 0$$

12. 【정답】 ①

$$y' = 3x^2 - 6x = 3(x^2 - 2x + 1) - 3 = 3(x-1)^2 - 3$$

따라서 도함수는  $x = 1$ 일 때 최솟값  $-3$ 을 가진다.

$$y_{x=1} = 1 - 3 + 2 = 0 \text{이므로}$$

접선의 방정식은  $y = (-3)(x-1)$ ,  $y = -3x + 3$

$$m - n = -3 - 3 = -6$$

13. 【정답】 ③

$$y' = 2xf(x) + x^2f'(x)$$

$$y'_{x=1} = 2f(1) + f'(1)$$

$$y_{x=1} = 2 \cdot 5 + 3 = 13$$

14. 【정답】 ③

$$f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x-2) = 0$$

$$\text{극솟값} : f(0) = -6$$

$$\text{극댓값} : f(2) = -8 + 12 - 6 = -2$$

$f(-2) = 14$ ,  $f(3) = -6$ 이므로 닫힌구간  $[-2, 3]$ 에서 최댓값  $M = 14$ , 최솟값  $m = -6$ 이다.

$$M + m = 14 - 6 = 8$$

15. 【정답】 ①

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2 \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} = 2f'(1)$$

$$f'(x) = (x^2 + 1)(2x + 3)$$

$$f'(1) = 2 \cdot 5 = 10$$

$$2f'(1) = 20$$

16. 【정답】 ②

$$\int_0^2 x(x-2)(x-a)dx = - \int_2^a x(x-2)(x-a)dx$$

$$\int_0^a x(x-2)(x-a)dx = 0$$

$$\int_0^a x^3 - (2+a)x^2 + 2ax dx = \left[ \frac{1}{4}x^4 - \frac{2+a}{3}x^3 + ax^2 \right]_0^a = 0$$

$$\frac{1}{4}a^4 - \frac{(2+a)a^3}{3} + a^3 = 0$$

$$-\frac{1}{12}a^3(a-4) = 0, a = 4$$

17. 【정답】 ④

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right)^2 \frac{3}{n} = 3 \int_1^2 x^2 dx = 3 \left[ \frac{x^3}{3} \right]_1^2 = 3 \cdot \frac{7}{3} = 7$$

18. 【정답】 ①

$x \geq 2, y \geq 2, z \geq 2, w \geq 2$ 이므로 구하고자 하는 순서쌍의 개수는 서로 다른 4개에서 중복을 허락하여  $15 - 2 \cdot 4 = 7$ 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$${}^4H_7 = {}_{4+7-1}C_7 = {}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

19. 【정답】 ④

독립시행의 확률이므로  ${}_3C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{72}$

20. 【정답】 ②

합격자의 최저점수를  $a$ 라 하면

$$P(X \geq a) = \frac{640}{4000} = 0.16$$

$$P\left(Z \geq \frac{a-450}{75}\right) = 0.16$$

$$\frac{a-450}{75} = 1, a = 75 + 450 = 525$$