2017 하반기 지방직 풀이

1) 정답 ④

$A=2x^2-x+1,\ B=x^3-x^2+1$ 이므로

$f(x)=A+2B=(2x^2-x+1)+2(x^3-x^2+1)=2x^3-x+3$

$\therefore\ f(1)=4$

2) 정답 ①

$\overline{z}=-i$ 이므로

$z^{2017}+(\overline{z})^{2018}=i^{2017}+(-i)^{2018}=i+(-i)^2=-1+i$

3) 정답 ③

$$\sqrt[5]{a^3\times\sqrt{a^k}}\left(a^3\times a^{\frac{k}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}=\left(a^{3+\frac{k}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}=a^{\frac{6+k}{2}\times\frac{1}{5}}=a^{\frac{3}{4}}$$

$\therefore\ \dfrac{6+k}{10}=\dfrac{3}{4}$ 이므로 $k=\dfrac{3}{2}$

4) 정답 ④

$f(1)=2$이므로 $(f\circ f)(1)=f(2)=3$

$(f^{-1}\circ f^{-1})(2)=(f\circ f)^{-1}(2)=t$ 라 두면 $(f\circ f)(t)=f(f(t))=2$

$f(1)=2$이므로 $f(t)=1\quad \therefore (f^{-1}\circ f^{-1})(2)=t=4$

5) 정답 ②

기울기를 m이라 하면 $3m=-1\ \ \therefore\ m=-\dfrac{1}{3}$

또 $(2,1)$을 지나므로 직선의 방정식은$y=-\dfrac{1}{3}(x-2)+1$

x절편은5, y절편은$\dfrac{5}{3}$ 이므로 이 직선과 x, y축으로 둘러싸인 면적 은

$\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{5}{3}=\dfrac{25}{6}$

6) 정답 ②

(나)에서 공차 d가 4인 등차수열 이고 $a_1=a$라 하면

(가)에서 $a_4=a+(4-1)\cdot4=5a\quad\therefore a=3$

$a_7=3+6\cdot4=27$

7) 정답 ①

$y=\dfrac{bx-4}{x-a}=b+\dfrac{ab-4}{x-a}$이므로 점근선은 $x=a,\ y=b$이다.

그래프에서 $x=a=2,\ y=b=12$

8) 정답 ②

$(x+2)f(x)-kx^2=2x^4-x^3+4$가 항등식이므로

양변에 $x=-2$대입하면 $-4k=44\quad\therefore k=-11$

또, 양변에 $x=1$을 대입하면 $3f(1)+11=5\quad\therefore f(1)=-2$

$f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 하면

$f(x)=(x-1)Q(x)+R$

위 식의 양변에 $x=1$대입하면 $f(1)=R=-2$

9) 정답 ③

$$\begin{aligned}&\log_3\left({}_{20}\mathrm{C}_0+2\times{}_{20}\mathrm{C}_1+2^2\times{}_{20}\mathrm{C}_2+\cdots+2^{20}\times{}_{20}\mathrm{C}_{20}\right)\\&=\log_3\left({}_{20}\mathrm{C}_0 2^0 1^{20}+{}_{20}\mathrm{C}_1 2^1 1^{19}+{}_{20}\mathrm{C}_2 2^2 1^{18}+\cdots+{}_{20}\mathrm{C}_{20}2^{20}1^0\right)\\&=\log_3(2+1)^{20}=20\end{aligned}$$

10) 정답 ③

$f(x)$는 이차함수이고 $f(0)=-4$ 이므로 $f(x)=ax^2+bx-4$

$\displaystyle\int f(x)\,dx=\int(ax^2+bx-4)\,dx=\frac{1}{3}ax^3+\frac{1}{2}bx^2-4x$ 이므로

$$\int_{-1}^{1}f(x)\,dx=\frac{2}{3}a-8$$

$$\int_{0}^{1}f(x)\,dx=\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b-4$$

$$\int_{-1}^{0}f(x)\,dx=\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}b-4$$

세 식의 값이 같으므로 연립하면

$a=12,\ b=0\qquad f(x)=12x^2-4\qquad\therefore f(1)=8$

11) 정답 ④

전체 집합을U, 미국을 방문한 적이 있는 사람을 집합 A, 영국을 방문한 적이 있는 사람을 집합B 라 하면 $n(U)=35,\ n(A)=17,\ n(B)=5,\ n(A\cap B)=3$명 이고 미국과 영국을 모두 방문한 적인 없는 사람은

$$\begin{aligned}n(A^c\cap B^c)&=n(U)-n(A\cup B)=n(U)-\{n(A)+n(B)-n(A\cap B)\}\\&=35-(17+5-3)=16\end{aligned}$$

12) 정답 ④

$\dfrac{x+y}{3}=\dfrac{y+z}{4}=\dfrac{z+x}{5}=t$ 라 두면

$x+y=3t,\ \ y+z=4t,\ \ z+x=5t$

변변 더해서 풀면 $x=2t,\ \ y=t,\ \ z=3t$

$\dfrac{x^2+z^2}{xy+yz}=\dfrac{(2t)^2+(3t)^2}{2t\cdot t+t\cdot3t}=\dfrac{13}{5}$

13) 정답 ②

첫째,둘째, 셋째자리만 정하면 되므로

$\square\ \square\ \square\ \square\ \square$

↓ ↓ ↓

9×10×10=900

14) 정답 ②

$f(x)=x^2-8x+k$라 두면 오른쪽 그래프에서

$f(2)=4-16+k>0\qquad k>12$

$f(4)=16-32+k<0\qquad k<16$

$f(6)=36-48+k>0\qquad k>12$

$\therefore 12<k<16\qquad$ 정수k는 13, 14, 15

15) 정답 ①

공비가 $-1<\dfrac{2017}{2017}\leq1$이므로 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2017}{2018}\right)^{n-1}=0$

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{3a_n+n-2}{4a_n+3n+1}=\frac{1}{3}$

16) 정답

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{k}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

$\displaystyle\sum_{i=1}^{4}p_i=\frac{1}{6}+\frac{k}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{k+4}{6}=1\qquad\therefore k=2$

$\displaystyle E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_ip_i=1\cdot\frac{1}{6}+2\cdot\frac{k}{6}+3\cdot\frac{1}{3}+4\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{2}$

$E(2X+1)=2E(X)+1=2\cdot\dfrac{5}{2}+1=6$

17) 정답 ③

$f(x)=x^3+ax^2+x-1$가 역함수를 갖지 않기 위해선 $f'(x)=0$이 중근 또는 허근을 가져야 하므로 $f'(x)=3x^2+2ax^2+1=0$의 판별식

$\dfrac{D}{4}=a^2-3\leq0\qquad\therefore-\sqrt{3}\leq a\leq\sqrt{3}$

정수 a의 최댓값은 1

18) 정답 ①

중심이 (p, q)이고 반지름의 길이가 4인 원의 방정식은

$(x-p)^2+(y-q)^2=4^2$

두 점$(1,0)$, $(5,0)$을 지나야 하므로 두 점을 대입하면

$(1-p)^2+(0-q)^2=16,\quad (5-p)^2+(0-q)^2=16$

이 두식을 연립하면 $p=3,\quad q^2=12$

$p+q^2=15$

19) 정답 ②

$f(x)g(x)$가 $-2 \leqq x \leqq 2$에서 연속이려면 $x=-1$, $x=0$ 에서 연속이어야 한다.

i) $\lim_{x \to -1_{+0}} f(x)g(x)=0,\quad \lim_{x \to -1_{-0}} f(x)g(x)=-1 \cdot (-1+a^2)$

$\lim_{x \to -1_{+0}} f(x)g(x)=\lim_{x \to -1_{-0}} f(x)g(x)$ 이어야 하므로

$a^2-1=0 \quad \therefore a=-1 \text{ or } 1 \quad \cdots \quad ①$

ii) $\lim_{x \to 0_{+0}} f(x)g(x)=1 \cdot a,\quad \lim_{x \to 0_{-0}} f(x)g(x)=-1 \cdot a^2$

$\lim_{x \to 0_{+0}} f(x)g(x)=\lim_{x \to 0_{-0}} f(x)g(x)$ 이어야 하므로

$a=-a^2 \quad \therefore a=0 \text{ or } -1 \quad \cdots \quad ②$

①, ② 에서 $a=-1$

20) 정답 ①

가로의 길이를 a, 세로의 길이를 $b(a>b)$라 하면

$ab=\frac{1}{6}(12-0)^3=2^5\times 3^2$ 이므로

양의 약수의 개수는$(5+1)(2+1)=18$이고 $a \neq b$ 이므로

사각형의 개수는 $\frac{18}{2}=9$ 이다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	1	3	4	2	2	1	2	3	3	4	4	2	2	1	3	3	1	2	1