

수학

수학 최주연 교수님

번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
정답	④	①	③	④	②	②	①	②	③	③	④	④	②	②	①	③	③	①	②	①

해설

1. $f(x) = A + 2B = 2x^3 - x + 3$

따라서 $f(1) = 4$

답: ④

2. $z^4 = 1$ 이므로 $z^{2017} = (z^4)^{504} \times z = z = i$

$(\bar{z})^{2018} = (-i)^{2018} = i^{2018} = (i^4)^{504} \times i^2 = -1$

답: ①

3. $\sqrt[5]{a^3 \times \sqrt{a^k}} = \sqrt[5]{a^{3 + \frac{k}{2}}} = a^{\frac{1}{5}(3 + \frac{k}{2})} = a^{\frac{3}{4}}$

따라서 $\frac{1}{5}(3 + \frac{k}{2}) = \frac{3}{4}$

방정식을 풀면 $k = \frac{3}{2}$

답: ③

4. $f(f(1)) = f(2) = 3$

$f^{-1}(f^{-1}(2)) = f^{-1}(1) = 4$

답: ④

5. 점 (2,1)을 지나고 직선 $y = 3x - 1$ 에 수직인 직선은

$y = -\frac{1}{3}(x - 2) + 1 = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

이 직선은 $(0, \frac{5}{3})$, $(5, 0)$ 을 지나므로 원점과 두 점을 지나는 삼각형의 넓이는

$$S = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{3} = \frac{25}{6}$$

답: ②

6. a_n 은 공차가 4인 등차수열이므로

$$a_4 = a_1 + 12 = 5a_1$$

$$\therefore a_1 = 3$$

$$\text{따라서 } a_7 = a_1 + 24 = 27$$

답: ②

$$7. y = \frac{bx-4}{x-a} = b + \frac{ab-4}{x-a}$$

에서 직선 $x=2$, $y=1$ 을 점근선으로 가지므로
 $a=2$, $b=1$ 이다.

답: ①

8. 주어진 식의 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$-4k = 44$$

$$\therefore k = -11$$

$$\text{따라서 } (x+2)f(x) + 11x^2 = 2x^4 - x^3 + 4 \dots \textcircled{1}$$

또한 $f(x)$ 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하면

$$f(x) = (x-1)Q(x) + R$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$f(1) = R$$

①의 식의 양변에 $x=1$ 을 대입하여 $f(1)$ 의 값을 구하면 $f(1) = -2$

답: ②

9. 이항정리에 의해서

$$(2+1)^{20} = {}_{20}C_0 + 2 \times {}_{20}C_1 + 2^2 \times {}_{20}C_2 + \dots + 2^{20} \times {}_{20}C_{20}$$

$$\text{따라서 (준식)} = \log_3 3^{20} = 20$$

답: ③

10. $\int_0^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx$ 이므로 $f(x)$ 는 y 축 대칭이다.

따라서 $f(x) = ax^2 - 4$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

또한, $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$ 이므로

$\int_0^1 f(x)dx = 0$ 이다.

$$\int_0^1 (ax^2 - 4)dx = \frac{a}{3} - 4 = 0$$

$$\therefore a = 12$$

$f(x) = 12x^2 - 4$ 이므로 $f(1) = 8$

답: ③

11. 미국을 방문한 적이 있는 사람의 집합을 A , 영국을 방문한 적이 있는 사람의 집합을 B 라 하면 $n(A) = 17$, $n(B) = 5$, $n(A \cap B) = 3$ 이므로

$$n(A \cup B) = 17 + 5 - 3 = 19$$

따라서 $n(A \cup B)^C = 35 - 19 = 16$

답: ④

$$12. \frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5} = k \text{라 두면}$$

$x+y = 3k$, $y+z = 4k$, $z+x = 5k$ 이다.

연립방정식을 풀면 $x = 2k$, $y = k$, $z = 3k$ 이다.

$$\text{따라서 } \frac{x^2 + z^2}{xy + yz} = \frac{13k^2}{5k^2} = \frac{13}{5}$$

답: ④

13. 만의 자리에는 1~9까지의 9가지의 수가 올 수 있고 백의 자리와 천의 자리에는 0~10까지의 10가지의 수가 올 수 있다. 그런데 구하는 수는 대칭수이므로 만의 자릿수와 천의 자릿수가 정해지면 일의 자릿수와 십의 자릿수가 정해진다. 따라서 대칭수의 개수는 $9 \times 10 \times 10 = 900$

답: ②

$$14. f(x) = x^2 - 8x + k \text{라 하면}$$

$f(2) > 0$, $f(4) < 0$, $f(6) > 0$ 을 만족해야 한다.

부등식을 풀면 $12 < k < 16$
만족시키는 정수 k 의 개수는 3

답: ②

15. 공비가 -1 보다 크고 1 보다 작으므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + n - 2}{4a_n + 3n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 2}{3n + 1} = \frac{1}{3}$$

답: ①

$$16. \frac{1}{6} + \frac{k}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

$$\therefore k = 2$$

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{3} + 4 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{2}$$

$$E(2X+1) = 2E(X) + 1 = 6$$

답: ③

$$17. f'(x) = 3x^2 + 2ax + 1$$

역함수가 존재하려면 모든 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 을 만족해야 하므로
판별식 $D \leq 0$ 을 만족해야 한다.

$$a^2 - 3 \leq 0$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 1

답: ③

$$18. \text{원 } (x-p)^2 + (y-q)^2 = 16 \text{이}$$

두 점 $(1,0)$, $(5,0)$ 을 지나므로

$$\text{대입하면 } (1-p)^2 = (5-p)^2 = 16 - q^2$$

$$\text{방정식을 풀면 } p=3, q^2=12$$

답: ①

19. 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=-1$ 에서 연속이 되려면

$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x)g(x) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow -1-} g(x) = 0$$

즉, $g(-1) = 0$ 을 만족해야 한다.

따라서 $a^2 = 1$

또한 $f(x)g(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속이 되려면

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x)g(x) = -1 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow +0} g(x) = -1 \text{을 만족해야 한다.}$$

따라서 $a = -1$ 이다.

답: ②

20. 곡선 $y = -x^2 + 12x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\int_0^{12} (-x^2 + 12x) dx = 288$$

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

여기서 288의 약수 중 한 개를 선택하면 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이가 정해진다. 예를 들어 3^2 을 선택하면 가로의 길이가 2^5 , 세로의 길이가 3^2 이 된다. 그런데 3^2 을 선택했을 때와 2^5 을 선택했을 때 나오는 직사각형은 같으므로, 즉 2개의 약수에 의해 한 개의 직사각형이 결정되므로 전체 약수의 개수의 절반이 구하는 직사각형의 개수이다. $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$

답: ①