

2017년 서울시 9급 수학 A책형 해설

01. ①	02. ③	03. ④	04. ②	05. ④	06. ④	07. ①	08. ①	09. ①	10. ③
11. ①	12. ①	13. ③	14. ②	15. ③	16. ④	17. ③	18. ②	19. ②	20. ④

1. 【정답】 ①

$$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(8) = 8a + 2$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3a + 2) = 2(3a + 2)$$

$$8a + 2 = 2(3a + 2)$$

$$2a = 2, a = 1$$

2. 【정답】 ③

$$3x - 1 = t \text{로 치환하면 } f(t) = 9\left(\frac{t+1}{3}\right) - 5 = 3t - 2$$

$$f(1) = 3 - 2 = 1$$

$$f^{-1}(1) = k \text{라 하면 } f(k) = 1, 3k - 2 = 1$$

$$k = 1$$

$$f(1) + f^{-1}(1) = 1 + 1 = 2$$

3. 【정답】 ④

$$a_n = 2 + 3(n - 1) = 3n - 1$$

$$a_1 = 2 \text{에서 } a_{33} = 98 \text{까지 합이므로}$$

$$\frac{33 \times (2 + 98)}{2} = 1650$$

4. 【정답】 ②

영어를 신청한 학생의 집합을 A , 수학을 신청한 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(A) = 54, n(B) = 47$$

$$54 + 47 - n(A \cap B) = 80$$

$$n(A \cap B) = 21$$

$$n(B - A) = 47 - 21 = 26$$

5. 【정답】 ④

$$4^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{3}} = t \text{으로 치환하면 } x = t + \frac{1}{t}$$

$$x^3 = t^3 + \frac{1}{t^3} + 3\left(t + \frac{1}{t}\right) = t^3 + \frac{1}{t^3} + 3x$$

$$x^3 - 3x = t^3 + \frac{1}{t^3} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$2x^3 - 6x = 5$$

6. 【정답】 ④

$$\frac{1}{\log_2 b} + \frac{1}{\log_4 b} + \frac{1}{\log_8 b} = \log_b 2 + \log_b 4 + \log_b 8 = \log_b 2^6$$

$$\frac{2}{\log_a b} = 2 \log_b a$$

$$2^6 = a^2, \quad a = 2^3 = 8$$

7. 【정답】 ①

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^3 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^2 + 1 - 3}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 2)(x^2 - 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 2)(x + 1)}{x^2 + x + 1} = \frac{3 \cdot 2}{3} = 2 \end{aligned}$$

8. 【정답】 ①

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{h} = 2 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h} = 2f'(3) = 10$$

$$f'(3) = 5$$

$$f'(x) = 2x + a$$

$$6 + a = 5, \quad a = -1$$

9. 【정답】 ①

$x = -1$ 에서 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ 이다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^3 + 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x^2}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^3 + 1} \cdot \frac{-x^3 + x^2 + 2x}{2(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{(x+1)(x^2 - x + 1)} \cdot \frac{-x(x-2)(x+1)}{2(x-1)} = \frac{1 \cdot (-3)}{3 \cdot 2 \cdot (-2)} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

10. 【정답】 ③

$$\int_0^2 f(t) dt = a \text{라 하면}$$

$$f(x) = x^3 - x + a$$

$$\int_0^2 (t^3 - t + a) dt = \left[\frac{t^4}{4} - \frac{t^2}{2} + at \right]_0^2 = 4 - 2 + 2a = a$$

$$a = -2$$

$$f(3) = 3^3 - 3 - 2 = 22$$

11. 【정답】 ①

$f'(x) = 4x^3 + 4 = 4(x+1)(x^2 - x + 1)$ 이므로 $x = -1$ 일 때 극소이므로 최솟값을 갖는다.

$$f(-1) = 1 - 4 - a^2 + 4a + 8 > 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a-5)(a+1) < 0$$

$$-1 < a < 5$$

모든 정수값의 합은 $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$

12. 【정답】 ①

$$\text{직선 PQ의 방정식은 } y + 6 = \frac{-4 - (-6)}{2 - 0}(x - 0)$$

$$y = x - 6, x - y - 6 = 0$$

$$\text{직선 PQ와 원 } x^2 + y^2 = 2 \text{의 중심 } (0, 0) \text{사이의 거리는 } \frac{|0 - 0 - 6|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{따라서 삼각형 PQR의 넓이의 최솟값은 } \frac{1}{2} \times \sqrt{2^2 + 2^2} \times (3\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 4$$

13. 【정답】 ③

$$z = \frac{2}{1+i} = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1-i$$

$$z - 1 = -i, z^2 - 2z + 1 = -1$$

$$z^2 - 2z + 3 = 1$$

14. 【정답】 ②

$$f(x) = (x-1)(x-2)^2 Q(x) + a(x-2)^2 + (x+3)$$

$$f(1) = a + 4 = 5, a = 1$$

$$R(x) = (x-2)^2 + (x+3)$$

$$R(2) = 2 + 3 = 5$$

15. 【정답】 ③

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

$$y = -x^2 + 8x - 13 = -(x - 4)^2 + 3$$

두 곡선의 꼭짓점 $(2, -1)$ 과 $(4, 3)$ 이 점 $P(a, b)$ 에 대칭이다.

$$a = \frac{2+4}{2} = 3, \quad b = \frac{-1+3}{2} = 1$$

$$a + b = 3 + 1 = 4$$

16. 【정답】 ④

$x^2 + 2x = t$ 로 치환하면

$$t(t - 2) - 3 = t^2 - 2t - 3 = (t - 3)(t + 1)$$

$$(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x + 1) = (x + 3)(x - 1)(x + 1)^2$$

$$a = 1, \quad b = 3$$

$$ab = 3$$

17. 【정답】 ③

이차방정식 $x^2 - 4x + 4 - k^2 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - (2 + k))(x - (2 - k)) = 0$ 이므로

주어진 이차부등식의 해는 $2 - k \leq x \leq 2 + k$

정수의 개수는 $(2 + k) - (2 - k) + 1 = 2k + 1$ 개이므로

$$\frac{(2k + 1)(2 - k + 2 + k)}{2} = 14, \quad 2k + 1 = 7$$

$$k = 3$$

18. 【정답】 ②

$$\begin{aligned} P(8, 4) &= P(7, 3) + P(4, 4) \\ &= P(6, 2) + P(4, 3) + P(4, 4) \\ &= 3 + 1 + 1 = 5 \end{aligned}$$

$$5 + 1 + 1 + 1$$

$$4 + 2 + 1 + 1$$

$$3 + 3 + 1 + 1$$

$$3 + 2 + 2 + 1$$

$$2 + 2 + 2 + 2$$

의 5가지이다.

19. 【정답】 ②

나머지 6개의 노트를 3명에게 나누어 주면 되므로 3명의 사람을 중복을 허락하여 6개 뽑는 경우의 수와 같다.

$${}_3H_6 = {}_8C_6 = {}_8C_2 = 28$$

20. 【정답】 ④

	중국어	일본어	계
남학생	12	8	20
여학생	6	10	16
계	18	18	

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$