

2017년 제1차 경찰공무원(순경-경기북부여경) 수학 해설

01. ②	02. ①	03. ①	04. ④	05. ③	06. ②	07. ③	08. ②	09. ①	10. ②
11. ③	12. ④	13. ①	14. ④	15. ③	16. ②	17. ④	18. ①	19. ④	20. ②

1. 【정답】 ②

상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 총합은 주어진 다항식에 $x=1$ 을 대입했을 때의 값과 같다.

$$(1+3-2)^6(3 \cdot 1-1)^4 = 2^6 \cdot 2^4 = 2^{10} = 1024$$

2. 【정답】 ①

$$4a+4b+4c=36, \quad 2ab+2bc+2ca=56$$

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2} = \sqrt{(a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)} = \sqrt{9^2 - 56} = \sqrt{25} = 5$$

3. 【정답】 ①

$$P(x) = (x^2 - 7x + 12)Q_1(x) + 2x + 1 = (x-3)(x-4)Q_1(x) + 2x + 1$$

$$P(x) = (x^2 + 3x + 2)Q_2(x) + 3x + 2 = (x+1)(x+2)Q_2(x) + 3x + 2$$

$$P(x) = (x^2 - 3x - 4)Q_3(x) + ax + b = (x-4)(x+1)Q_3(x) + ax + b$$

$$4a+b=9, \quad -a+b=-1$$

$$a=2, \quad b=1 \quad \text{따라서 나머지는 } 2x+1$$

4. 【정답】 ④

$$\alpha - 3 + \frac{1}{\alpha} = 0, \quad \alpha + \frac{1}{\alpha} = 3$$

$$\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

5. 【정답】 ③

$$\alpha\bar{\alpha} + \beta\bar{\beta} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta = (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) = (6+2i)(6-2i) = 36+4 = 40$$

6. 【정답】 ②

$$\frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{3^2 - 2 \cdot (-5) + 3}{-5 + 3 + 1} = \frac{22}{-1} = -22$$

7. 【정답】 ③

$$\frac{D}{4} = (3k+2)^2 - k(k^2+10k+8) = -k^3 - k^2 + 4k + 4 \geq 0$$

$$(-k^2+4)(k+1) \geq 0$$

$(k+2)(k+1)(k-2) \leq 0$ 에서 해는 $k \leq -2$, $-1 \leq k \leq 2$ 인데 $k \neq 0$ 이어야 이차방정식이 성립하므로 최종해는 $k \leq -2$, $-1 \leq k < 0$, $0 < k \leq 2$ 이다. 따라서 최댓값은 $k = 2$

8. 【정답】 ②

$y = x^2 - 2x - 5 = (x-1)^2 - 6$ 이므로 방정식 $|x^2 - 2x - 5| = k$ 가 서로 다른 4개의 실근을 가지려면 $0 < k < 6$ 이어야 한다. 따라서 정수 k 의 개수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개다.

9. 【정답】 ①

$x^2 - 4x + 1 = k$ 로 치환하면 $x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$ 이므로 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $-3 \leq k \leq 1$ 이다.

$$y = k^2 - 4(k-1) + 1 = k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1$$

따라서 최댓값은 $k = -3$ 일 때 $M = 26$, 최솟값은 $k = 1$ 일 때 $m = 2$ 이다.

$$M - m = 26 - 2 = 24$$

10. 【정답】 ②

$x^2 + 4x + 5 = 2x + k$ 의 한 근이 $x = 1$ 이므로 $1 + 4 + 5 = 2 + k$ 에서 $k = 8$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 + 2x - 3 = 0$, $(x+3)(x-1) = 0$

$x = -3$, 1이므로 점 B 의 y 좌표는 $2 \cdot (-3) + 8 = 2$ 이다.

$$2 + 8 = 10$$

11. 【정답】 ③

$$x = i, x^2 = -1, x^2 + 1 = 0$$

따라서 삼차방정식은 $(x+2)(x^2+1) = 0$ 이 된다.

$$x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$$

$$pq = (-2) \cdot 1 = -2$$

12. 【정답】 ④

$$|2x-7| < 3, -3 < 2x-7 < 3$$

$$4 < 2x < 10, 2 < x < 5$$

$x^2 - 10x + 24 \geq 0$, $(x-6)(x-4) \geq 0$, 따라서 해는 $x \leq 4$ 또는 $x \geq 6$

공통해는 $2 < x \leq 4$ 이므로 자연수 x 값들의 합은 $3 + 4 = 7$

13. 【정답】 ①

이등분 하는 직선의 자취의 좌표를 (p, q) 라 하면

$$\frac{|p+3q+1|}{\sqrt{10}} = \frac{|3p-q+6|}{\sqrt{10}}$$

$$p+3q+1=3p-q+6 \text{ 또는 } p+3q+1=-3p+q-6$$

$$2p-4q+5=0, 4p+2q+7=0$$

따라서 직선의 방정식은 $2x-4y+5=0, 4x+2y+7=0$ 이다.

$$y\text{절편은 } \left(0, \frac{5}{4}\right), \left(0, -\frac{7}{2}\right) \text{이므로 } y\text{절편 사이의 거리는 } \frac{5}{4} - \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{19}{4}$$

14. 【정답】 ④

주어진 범위에서 $x-y$ 가 최대일 때는 $x=7, y=0$ 일 때이다. 따라서 $x-y$ 의 최댓값은 7이다.

15. 【정답】 ③

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = k \text{라 하면 } 3-4k=2$$

$$k = \frac{1}{4}$$

16. 【정답】 ②

$$f'(x) = 3x^2 + 4ax + 5 \text{이므로 } f'(1) = 3 + 4a + 5 = 4a + 8 = -4$$

$$a = -3 \text{이므로 } f(1) = 1 - 6 + 5 - 4 = -4 \text{이므로 } -4 + 3b = -4$$

$$b = 0, a+b = -3+0 = -3$$

17. 【정답】 ④

$$\int_{-a}^a (x^3 + 3x^2 + 7x) dx = 2 \int_0^a (3x^2) dx = 2a^3 = \frac{1}{4} \text{이므로 } a = \frac{1}{2}$$

$$10a = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

18. 【정답】 ①

$$\text{문제의 조건으로부터 } P(B) = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2} \text{이고, } P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c) \text{이므로}$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{이다. 따라서 } P(A^c) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

19. 【정답】 ④

$$P(1 \leq X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$\begin{aligned} P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) &= {}_{10}C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + {}_{10}C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + {}_{10}C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \\ &= \frac{10+45+120}{1024} = \frac{175}{1024}, \quad a+b = 175+1024 = 1199 \end{aligned}$$

20. 【정답】 ②

$$\int_0^3 (x^2 + 3ax + 7)f(x)dx = \int_0^3 x^2 f(x)dx + 3a \int_0^3 x f(x)dx + 7 \int_0^3 f(x)dx = 11$$

$$\frac{15}{16} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3a \times \frac{1}{4} + 7 = 11, \quad a = 4$$

$$a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = (a-1)^3 = (4-1)^3 = 27$$