

2017년 국가직 9급 수학 나책형 해설

01. ②	02. ③	03. ①	04. ③	05. ③	06. ④	07. ①	08. ②	09. ④	10. ①
11. ④	12. ③	13. ①	14. ②	15. ②	16. ③	17. ①	18. ④	19. ①	20. ②

1. 【정답】 ②

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$(-i) + (-i)^2 + (-i)^3 + (-i)^4 = -i - 1 + i + 1 = 0$$

$$(-i) + (-i)^2 + (-i)^3 + \dots + (-i)^{2017} = -i$$

$$a+b = 0-1 = -1$$

2. 【정답】 ③

$$x^5 + x^4 = (x^2 - 4)Q(x) + ax + b$$

$$32 + 16 = 2a + b$$

$$-32 + 16 = -2a + b$$

$$b = 16, a = 16$$

$$\text{나머지} : 16x + 16$$

3. 【정답】 ①

일대일 대응이 되어야하고, 감소하는 함수이므로

$$f(-1) = 5, f(4) = -5$$

$$-a + b = 5, 4a + b = -5$$

$$5a = -10, a = -2, b = 3$$

$$a+b = -2+3 = 1$$

4. 【정답】 ③

$$\textcircled{1} y = \frac{x-2}{x-1} = \frac{x-1-1}{x-1} = \frac{-1}{x-1} - 1$$

$$\textcircled{2} y = \frac{2x+3}{x+2} = \frac{2(x+2)-1}{x+2} = \frac{-1}{x+2} + 2$$

$$\textcircled{3} y = \frac{2x+1}{x} = \frac{1}{x} + 2$$

$$\textcircled{4} y = \frac{-2x+5}{x-3} = \frac{-2(x-3)-1}{x-3} = \frac{-1}{x-3} - 2$$

따라서 평행이동하여 겹쳐질 수 없는 것은 ③번이다.

5. 【정답】 ③

$$(x-1)(x^2+x+1)=0, \quad x^3-1=0, \quad x^3=1$$

$$(y^2+1)(y^4-y^2+1)=0, \quad y^6+1=0, \quad y^6=-1$$

$$x^6-y^6=1-(-1)=2$$

6. 【정답】 ④

$$x^2-3x=x+k$$

$$x^2-4x-k=0$$

$$\frac{D}{4}=2^2-1 \cdot (-k) \geq 0$$

$$k \geq -4$$

7. 【정답】 ①

$$x > 0 \text{이므로 산술기하평균의 관계로부터 } x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}}, \quad x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$x + \frac{1}{x} = t \text{로 치환하면 } y = t^2 - 2t - 6 \quad (t \geq 2)$$

$$y = (t-1)^2 - 7 \quad (t \geq 2)$$

따라서 주어진 범위에서 최솟값은 $t = 2$ 일 때 -6 이다.

8. 【정답】 ②

직선 $3x - 4y + 1 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 $3x + 4y + 1 = 0$ 이다.

이 직선이 원의 중심 $(k, 2)$ 를 지나므로 $3k + 8 + 1 = 0$

$$k = -3$$

9. 【정답】 ④

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^{2n-1} + 2x + 3}{x^{2n} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + 3}{1} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1 + \frac{2}{x^{2n-2}} + \frac{3}{x^{2n-1}}}{x + \frac{1}{x^{2n-1}}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$$

10. 【정답】 ①

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 5}{x^3 - 27} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 5}{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{1}{27} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 5}{x - 3} = \frac{1}{27} f'(3) = \frac{1}{9}$$

$$f'(3) = 3, f(3) = 5$$

$$f(3)f'(3) = 5 \cdot 3 = 15$$

11. 【정답】 ④

$$\textcircled{1} A^c \cup B = U$$

$$\textcircled{2} A \cap B^c = \phi$$

$$\textcircled{3} A \cap B = A$$

$$\textcircled{4} B^c \subset A^c$$

12. 【정답】 ③

$$\int (x+1)^2 dx - \int (x-1)^2 dx = \int 4x dx = 2x^2 + C$$

13. 【정답】 ①

$$2b = a + 5, 16 = -8ab$$

$$ab = -2$$

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

$$a + b = -1 + 2 = 1$$

14. 【정답】 ②

$$\log_3 5 = \log_3 \left(3 \times \frac{5}{3} \right) = 1 + \log_3 \frac{5}{3}$$

$$n = 1, \alpha = \log_3 \frac{5}{3}$$

$$9^\alpha = 9^{\log_3 \frac{5}{3}} = 3^{\log_3 \left(\frac{5}{3} \right)^2} = \frac{25}{9}$$

15. 【정답】 ②

$\frac{1}{x^2}$ 의 계수를 구하기 위해서는 ax^2 을 1번, $-\frac{2}{x}$ 를 4번 뽑아야 한다.

$${}_5C_1 (ax^2)^1 \left(-\frac{2}{x} \right)^4 = 80a = 240$$

$$a = 3$$

16. 【정답】 ③

$$P(117 \leq X \leq 132) = P\left(\frac{117-120}{6} \leq X \leq \frac{132-120}{6}\right) = P(-0.5 \leq X \leq 2) \\ = 0.1915 + 0.4772 = 0.6687$$

17. 【정답】 ①

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 2}{2n^2 + 3n + 1} = \frac{3}{2}, \quad b = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{\sqrt{n^2 + 2n - 1} + n} = 1 \\ a + b = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

18. 【정답】 ④

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 \leq 2$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$$

$x+y=k$ 라 하면 직선 $y=-x+k$ 와 원 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$ 이 접할 때 최대가 된다.

$$\frac{|1+1-k|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}, \quad |2-k|=2$$

$k=0, 4$ 따라서 $x+y$ 의 최댓값은 4이다.

19. 【정답】 ①

주어진 식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면

$$0 = 2f(2) + 16 - 16, \quad f(2) = 0$$

주어진 식의 양변을 미분하면

$$xf(x) = xf(x) + \frac{1}{2}x^2f'(x) + 4x^3 - 6x^2$$

$$\frac{1}{2}x^2f'(x) = -4x^3 + 6x^2, \quad f'(x) = -8x + 12$$

$$f(x) = -4x^2 + 12x + C, \quad f(2) = 0 \text{이므로 } C = -8$$

$$f(0) = -8$$

20. 【정답】 ②

$$f(x) = 2x^3 - 8x + C \text{이고 } f(0) = 0 \text{이므로 } C = 0$$

$$f(x) = 2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4) = 2x(x+2)(x-2)$$

곡선 $f(x)$ 는 원점대칭이므로 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $x=-2$ 부터 $x=0$ 까지 정적분을 두 배 해주면 된다.

$$2 \int_{-2}^0 (2x^3 - 8x) dx = 2 \left[\frac{1}{2}x^4 - 4x^2 \right]_{-2}^0 = 2(-8 + 16) = 16$$