

2017년 제1차 경찰공무원(순경) 수학 해설

01. ③	02. ①	03. ②	04. ④	05. ④	06. ②	07. ③	08. ①	09. ③	10. ②
11. ②	12. ③	13. ①	14. ③	15. ④	16. ①	17. ④	18. ③	19. ①	20. ②

1. 【정답】 ③

두 근을 $2a$, $3a$ 라 하면

두 근의 합 : $2a + 3a = 10$, $a = 2$

따라서 두 근은 4, 6이다.

두 근의 곱 : $4k = 24$, $k = 6$

2. 【정답】 ①

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$9 = 3^3 - 3xy \cdot 3$$

$$xy = 2$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$$

3. 【정답】 ②

산술기하평균의 관계에 의해

$$7a + 5b \geq 2\sqrt{7a \cdot 5b}$$

$$6ab \geq 2\sqrt{35ab}$$

$$36a^2b^2 \geq 4 \cdot 35ab$$

$$9ab \geq 35, ab \geq \frac{35}{9}$$

따라서 ab 의 최솟값 $\frac{35}{9}$ 보다 작은 자연수는 1, 2, 3의 3개다.

4. 【정답】 ④

$$P(x) = (x^2 - 8x + 12)Q_1(x) + 2x + 1$$

$$P(x) = (x - 2)(x - 6)Q_1(x) + 2x + 1$$

따라서 $P(2) = 5$, $P(6) = 13$ 이다.

$$(x^2 + 1)P(x + 3) = (x^2 - 2x - 3)Q_2(x) + R(x)$$

$$(x^2 + 1)P(x + 3) = (x - 3)(x + 1)Q_2(x) + R(x)$$

$$R(3) = 10P(6) = 130, R(-1) = 2P(2) = 10$$

$R(x)$ 는 일차식이므로 $R(x) = ax + b$ 으로 놓으면

$$3a + b = 130, -a + b = 10$$

$$4a = 120, a = 30$$

$$b = 40$$

$$R(x) = 30x + 40 \text{ 이므로 } R(1) = 70$$

$$R(3) - 2R(1) = 130 - 2 \cdot 70 = -10$$

5. 【정답】 ④

$$2a + 2 \geq 0, 2a - 2 < 0$$

$$-1 \leq a < 1$$

따라서 $a - 1 < 0$ 이고 $a + 1 \geq 0$ 이다.

$$|a - 1| - |a + 1| = -(a - 1) - (a + 1) = -2a$$

6. 【정답】 ②

$\frac{y}{x} = k$ 라 하면 $y = kx$ 이다. 따라서 k 의 최대와 최소는 원 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 와

$y = kx$ 가 접할 때이다.

$$\frac{|3k - 4|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 2, 9k^2 - 24k + 16 = 4k^2 + 4$$

$$5k^2 - 24k + 12 = 0$$

따라서 두 근이 M 과 m 이 된다.

$$Mm + M + m = \frac{12}{5} + \frac{24}{5} = \frac{36}{5}$$

7. 【정답】 ③

$-1 < x < 3$ 으로부터 주어진 이차부등식은 $(x + 1)(x - 3) < 0$ 이다.

$$x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$a^2b = (-2)^2 \cdot (-3) = -12$$

8. 【정답】 ①

$$x - 2y - z = 0$$

$$3x + y + z = 0$$

두 식을 더하면 $4x - y = 0, y = 4x$

$$z = x - 2y = x - 2 \cdot 4x = -7x$$

$$\frac{x^2 - 4y^2 + z^2}{2xy - 3xz + yz} = \frac{x^2 - 4 \cdot (4x)^2 + (-7x)^2}{2x \cdot 4x - 3x \cdot (-7x) + 4x \cdot (-7x)} = \frac{(1 - 64 + 49)x^2}{(8 + 21 - 28)x^2} = -14$$

9. 【정답】 ③

$$S(k) = \sqrt{2k+1-2\sqrt{k(k+1)}} = \sqrt{(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})^2} = \sqrt{k+1}-\sqrt{k}$$

$$\sum_{k=1}^{2017} S(k) = \sum_{k=1}^{2017} (\sqrt{k+1}-\sqrt{k}) = -\sqrt{1} + \sqrt{2018} = \sqrt{2018}-1$$

$\sqrt{1936} < \sqrt{2018} < \sqrt{2025}$ 이므로 $44 < \sqrt{2018} < 45$ 이다.

$\sqrt{2018}-1 = 43.XXX$ 이므로 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43의 14개다.

10. 【정답】 ②

$f\left(\frac{3}{2}+x\right) = f\left(\frac{1}{2}-x\right)$ 에서 $\frac{1}{2}+x = k$ 로 놓으면 $f(1+k) = f(1-k)$ 이므로 함수 $f(x)$ 는

$x=1$ 에 대칭이다. 따라서 x 축과 만나는 서로 다른 네 점 또한 $x=1$ 에 대칭이므로 작은 순서대로 $1-p, 1-q, 1+q, 1+p$ 로 놓을 수 있다.

$$2a+b+c+2d = 2(1-p)+1-q+1+q+2(1+p) = 4+2=6$$

11. 【정답】 ②

$$x = y+1$$

$$x^2+y^2+1 = (y+1)^2+y^2+1 = 2y^2+2y+2$$

$$2y^2+2y+2 = 2\left(y+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 2 = 2\left(y+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} \text{ 이므로 } -1 \leq y \leq 2 \text{에서 최솟값은}$$

$y = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값은 $y = 2$ 일 때이다.

$$m = \frac{3}{2}, M = 2 \times \frac{25}{4} + \frac{3}{2} = 14$$

$$2m+M = 3+14 = 17$$

12. 【정답】 ③

한 허근이 ω 이므로 켈레복소수인 $\bar{\omega}$ 도 방정식 $x^2+x+1=0$ 의 근이 된다.

$$\omega^2+\omega+1=0, \bar{\omega}^2+\bar{\omega}+1=0$$

$$\omega^3=1, \bar{\omega}^3=1, \omega\bar{\omega}=1$$

$$\frac{2\omega+\bar{\omega}^2}{\omega^2+\omega^{276}} = \frac{\omega^2(2\omega+\bar{\omega}^2)}{\omega^2(\omega^2+(\omega^3)^{92})} = \frac{2\omega^3+(\omega\bar{\omega})^2}{\omega^2(\omega^2+1)} = \frac{2+1^2}{-\omega^3} = -3$$

13. 【정답】 ①

$$1 + a - b = 0, \quad b = a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - (a+1)}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+a+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{a+2}{3} = 2$$

$$a = 4, \quad b = 5$$

$$ab = 4 \times 5 = 20$$

14. 【정답】 ③

$$\text{점 } P \text{의 속도 } f'(t) = 3t - 4, \quad \text{점 } Q \text{의 속도 } g'(t) = 2t - 11$$

점 P 는 $t < \frac{4}{3}$ 에서 $(-)$ 방향, $t \geq \frac{4}{3}$ 에서 $(+)$ 방향이다.

점 Q 는 $t < \frac{11}{2}$ 에서 $(+)$ 방향, $t \geq \frac{11}{2}$ 에서 $(-)$ 방향이다.

따라서 $\frac{4}{3} \leq t < \frac{11}{2}$ 에서 두 점 P 와 Q 는 서로 반대방향으로 움직인다.

t 의 범위에 속하는 자연수는 2, 3, 4, 5이므로 $2 + 3 + 4 + 5 = 14$ 이다.

15. 【정답】 ④

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} + \frac{f(1-h) - f(1)}{-h} = 2f'(1)$$

$$f'(x) = x^2 + 3x, \quad f'(1) = 1 + 3 = 4$$

$$2f'(1) = 2 \cdot 4 = 8$$

16. 【정답】 ①

$$\int_0^1 f(x) dx = k \text{라 하면}$$

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3k$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (4x^3 - 2x^2 + 3k) dx = \left[x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 3kx \right]_0^1 = k$$

$$1 - \frac{2}{3} + 3k = k, \quad 2k = -\frac{1}{3}, \quad k = -\frac{1}{6}$$

$$f(2) = 4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = 32 - 8 - \frac{1}{2} = 24 - \frac{1}{2} = \frac{47}{2}$$

17. 【정답】 ④

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) \frac{2}{n} = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx$$

$$\frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (3x^2 + 4x) dx = \frac{1}{2} [x^3 + 2x^2]_1^3 = \frac{1}{2} (26 + 16) = 21$$

18. 【정답】 ③

두 카드에 적힌 숫자의 곱이 짝수이려면 두 카드중 적어도 하나는 짝수이어야 한다.
따라서 전체 경우의 수중 두 카드 모두 홀수가 나오는 경우를 빼주면 된다.

$$1 - \frac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2} = 1 - \frac{10}{45} = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

19. 【정답】 ①

x^2 의 계수는 $\frac{x}{3}$ 을 5번, $\frac{3}{x}$ 를 3번 뽑으면 된다.

$${}_8C_3 \left(\frac{x}{3}\right)^5 \left(\frac{3}{x}\right)^3 = 56 \times \frac{3^3}{3^5} x^2 = \frac{56}{9} x^2$$

20. 【정답】 ②

표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(180, \frac{16^2}{64}\right)$ 을 따른다.

따라서 95% 신뢰구간은 $180 - 1.96 \cdot \frac{16}{\sqrt{64}} \leq m \leq 180 + 1.96 \cdot \frac{16}{\sqrt{64}}$ 이다.

$$180 - 1.96 \cdot 2 \leq m \leq 180 + 1.96 \cdot 2$$

$$176.08 \leq m \leq 183.92$$

따라서 신뢰구간에 속하는 자연수의 개수는 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183의 7개다.