

2016년 서울시 지적직 9급 수학 A책형 해설

01. ② 02. ④ 03. ④ 04. ④ 05. ③ 06. ② 07. ④ 08. ③ 09. ② 10. ③
 11. ③ 12. ① 13. ② 14. ③ 15. ① 16. ④ 17. ③ 18. ② 19. ① 20. ①

1. 【정답】 ②

$$\overline{AB} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}, \overline{BC} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6}, \overline{CA} = \sqrt{0^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\cos A = \frac{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6})^2}{2 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{8 + 2 - 6}{8} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } A = \frac{\pi}{3} \text{ 이다.}$$

2. 【정답】 ④

$$y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2 \text{ 이므로 최소는 } x = 2, \text{ 최대는 } x = -1 \text{ 일 때이다.}$$

최솟값 : $f(-2) = -2$, 최댓값 : $f(-1) = 7$
 $7 - (-2) = 9$

3. 【정답】 ④

$$f(x) = x^2 - 4x + a = (x - 2)^2 + a - 4 \text{ 를 } y \text{ 축의 방향으로 } -5 \text{ 만큼 평행이동하면}$$

$$y = (x - 2)^2 + a - 9 \text{ 가 } x \text{ 축에 접하므로 } a - 9 = 0 \text{ 이다.}$$

$$a = 9$$

4. 【정답】 ④

$$a(a + 3) + (a - 1) = 0$$

$$a^2 + 4a - 1 = 0$$

두 근의 합은 -4

5. 【정답】 ③

$$(2^x - 5)(2^x - 4) = 0 \text{ 이므로 } 2^x = 5, 2^x = 4$$

$$2^{\alpha + \beta} = 5 \times 4 = 20$$

6. 【정답】 ②

$$a_0 + a_1 + \cdots + a_{10} = 7$$

$$a_0 - a_1 + \cdots + a_{10} = 3$$

위식에서 아래 식을 빼면 $2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9) = 4$

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 2$$

7. 【정답】 ④

$x + y = k$ 라 하면

k 가 최대가 되는 경우는 $(1, 2)$ 를 지날 때이다. 따라서 최댓값은 $k = 1 + 2 = 3$

k 가 최소가 되는 경우는 $y = -x + k$ 와 $y = 2x^2$ 이 접할 때이므로

$$2x^2 = -x + k \text{에서 } 2x^2 + x - k = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) = 1 + 8k = 0, \quad k = -\frac{1}{8}$$

$$3 - \frac{1}{8} = \frac{23}{8}$$

8. 【정답】 ③

$A^6 = 39^3 = 59319$, $B^6 = 10^5$ 이므로 $A^6 < B^6$, $A < B$

$$\frac{A}{C} = \frac{\sqrt{39}}{11} = \frac{\sqrt{39}(4 - \sqrt{5})}{11} > 1 \text{이므로 } A > C$$

$$C < A < B$$

9. 【정답】 ②

$$\sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{2k} < \sqrt{1} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \dots + \sqrt{2n-1} < \sum_{k=1}^n \sqrt{2k} \text{이므로}$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{\frac{2k}{n}} \frac{1}{n} < \frac{\sqrt{1} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \dots + \sqrt{2n-1}}{n \sqrt{n}} < \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{2k}{n}} \frac{1}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{\frac{2k}{n}} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{2k}{n}} \frac{1}{n} = \frac{1}{2} \int_0^2 \sqrt{x} dx \text{이므로}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \dots + \sqrt{2n-1}}{n \sqrt{n}} = \frac{1}{2} \int_0^2 \sqrt{x} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^2 = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

10. 【정답】 ③

$$V = \pi \cdot 2^2 - \pi \int_0^1 x^2 dy$$

$$y^2 = x - 1, \quad x^2 = (y^2 + 1)^2 = y^4 + 2y^2 + 1$$

$$V = 4\pi - \pi \int_0^1 (y^4 + 2y^2 + 1) dy = 4\pi - \pi \left[\frac{1}{5} y^5 + \frac{2}{3} y^3 + y \right]_0^1$$

$$V = 4\pi - \pi \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + 1 \right) = \frac{32}{15} \pi$$

11. 【정답】 ③

$a_1 = 4, a_2 = 6, a_3 = 4, a_4 = 6, \dots$ 이므로 4와 6이 계속 반복된다.

$$\sum_{k=1}^{100} a_k = 10 \times 50 = 500$$

12. 【정답】 ①

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $x + y - 1 = 0$ 과의 거리는

$$d = \frac{|-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{이므로 } \overline{AB} = 2\sqrt{2^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2\sqrt{4 - \frac{1}{2}} = 2\sqrt{\frac{7}{2}} = \sqrt{14}$$

13. 【정답】 ②

$$\text{통분하면 } a_n = \frac{(n+1)(2n+1) - (n+2)(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{3}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$a_n = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots \right) = \frac{3}{2}$$

14. 【정답】 ③

부등식의 각 변에 로그를 취하면

$$m + \log(a-1) < 100\log 2 + \log 3 < m + \log a$$

$$100\log 2 + \log 3 = 30.10 + 0.4771 = 30.5771 = 30 + 0.5771 \text{이므로}$$

$m = 30$ 이고, $\log 4 = 2\log 2 = 0.6020$ 이므로 $0.4771 < 0.5771 < 0.6020$ 에서 $a = 4$ 이다.

$$a + m = 4 + 30 = 34$$

15. 【정답】 ①

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 (3x^2 + b) dx = 2 \left[x^3 + bx \right]_0^1 = 2(1+b) = -2$$

$$b = -2$$

$$\int_{-1}^1 xf(x) dx = 2 \int_0^1 (5x^4 + ax^2) dx = 2 \left[x^5 + \frac{a}{3}x^3 \right]_0^1 = 2 \left(1 + \frac{a}{3} \right) = 2$$

$$a = 0$$

$$a + b = 0 - 2 = -2$$

16. 【정답】 ④

$$f'(x) = 3x^2 + 2f'(1)x + 1$$

$$f'(1) = 3 + 2f'(1) + 1$$

$$f'(1) = -4$$

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + x$$

$$f(-1) = -1 - 4 - 1 = -6$$

17. 【정답】 ③

$$6\sin^2\theta = 5\cos\theta$$

$$6(1 - \cos^2\theta) = 5\cos\theta$$

$$6\cos^2\theta + 5\cos\theta - 6 = 0$$

$$(3\cos\theta - 2)(2\cos\theta + 3) = 0$$

$$-1 < \cos\theta < 1 \text{ 이므로 } \cos\theta = \frac{2}{3} \text{ 이다. 따라서 } \sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \tan\theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\tan\theta < \sin\theta < \cos\theta$$

18. 【정답】 ②

$$\sqrt{1+a} - 3 = 0, \quad a = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x-3)(\sqrt{x+8}+3)} = \frac{1}{(-2) \cdot 6} = -\frac{1}{12}$$

$$ab = 8 \times \left(-\frac{1}{12}\right) = -\frac{2}{3}$$

19. 【정답】 ①

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{2}x^2 + a dx = 2 \int_0^1 \frac{1}{2}x^2 + a dx = 2 \left[\frac{1}{6}x^3 + ax \right]_0^1 = 2 \left(\frac{1}{6} + a \right) = 1$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } P(0 \leq X \leq 1) = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

20. 【정답】 ①

$$P(X \geq 660) = P\left(Z \geq \frac{660 - 620}{50}\right) = P(Z \geq 0.8) = 0.5 - 0.29 = 0.21$$