

2016년 서울시 9급 수학 A책형 해설

01. ①	02. ②	03. ④	04. ③	05. ④	06. ②	07. ②	08. ③	09. ④	10. ①
11. ③	12. ①	13. ②	14. ①	15. ④	16. ②	17. ④	18. ③	19. ③	20. ③

1. 【정답】 ①

$$f'(x) = 6x^2 - 30x + 24 = 6(x^2 - 5x + 4)$$

$$f'(x) = 6(x-1)(x-4)$$

$x=1$ 에서 극대이므로 구간 $[0, 5]$ 에서 최댓값은 $x=1$ 일 때이다.

$$f(1) = 2 - 15 + 24 = 11$$

2. 【정답】 ②

i) $x \geq 3$ 일 때

$$(x-3)^2 - 2(x-3) - 3 = 0$$

$$(x-3-3)(x-3+1) = (x-6)(x-2) = 0$$

$x=2, 6$ 인데 $x \geq 3$ 이므로 $x=6$

ii) $x < 3$ 일 때

$$(x-3)^2 + 2(x-3) - 3 = 0$$

$$(x-3+3)(x-3-1) = x(x-4) = 0$$

$x=0, 4$ 인데 $x < 3$ 이므로 $x=0$

$$6+0=6$$

3. 【정답】 ④

$$f(x) = (x+1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(-1) = -a + b = -5$$

$$f(2) = 2a + b = 4$$

$$3a = 9, a = 3, b = -2$$

$$R(x) = 3x - 2, R(1) = 3 - 2 = 1$$

4. 【정답】 ③

직선의 방정식을 $y = kx + a$ 로 놓으면

$$\frac{|a|}{\sqrt{k^2+1}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}, a^2 = 18k^2 + 18$$

$18k^2 + 18 - a^2 = 0$ 에서 두 접선이 수직이므로 두 근의 곱은 -1 이다.

$$\frac{18 - a^2}{18} = -1, a^2 = 36, a = 6$$

5. 【정답】 ④

중심각의 크기가 90° 이고, 반지름이 2인 부채꼴에서 반지름이 1인 부채꼴을 뺀 것과 같다.

$$\pi(2^2 - 1^2) \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{4}\pi$$

6. 【정답】 ②

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 4$$

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 의 중심 $(2, 1)$ 과 직선 $4x - 3y + k = 0$ 사이의 거리가 반지름 2보다 작으면 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|k+5|}{5} < 2$$

$$-10 < k+5 < 10, \quad -15 < k < 5$$

따라서 정수의 개수는 $5 - (-15) - 1 = 19$ 개다.

7. 【정답】 ②

$$\frac{200 \times 0.5}{200 \times 0.05 + 300 \times 0.04 + 600 \times 0.03} = \frac{10}{10 + 12 + 18} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

8. 【정답】 ③

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 은 발산한다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 3^n}{5^n} = \frac{-\frac{1}{5}}{1 - (-\frac{1}{5})} + \frac{\frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}} = -\frac{1}{6} + \frac{3}{2} = \frac{4}{3}$ 이므로 수렴한다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots \right)$
 $= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4}$

이므로 수렴한다.

ㄹ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots$

이므로 발산한다.

9. 【정답】 ④

$f(x)$ 의 부정적분 중 하나를 $F(x)$ 라 하면

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^{x^2} f(t) dt = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x^2) - F(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x^2) - F(1)}{x^2 - 1} (x+1) = 2f(1)$$

$$2f(1) = 2(1 - 2 + 1 + 2) = 4$$

10. 【정답】 ①

$$\sqrt{5-1} + a = 0, \quad a = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x-1} + 2)} = \frac{1}{4}$$

$$a+b = -2 + \frac{1}{4} = -\frac{7}{4}$$

11. 【정답】 ③

(가)로부터 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차식이고, 일차항의 계수는 $2m$ 임을 알 수 있다. (나)로부터 $f(x)$ 는 상수항은 없고, 일차항의 계수가 2임을 알 수 있다. 따라서 $f(x)$ 는 $f(x) = x^2 + 2x$, $f(1) = 1 + 2 = 3$

12. 【정답】 ①

$$a_{100} - a_{97} = 3d = 9, \quad d = 3$$

$$a_n = 3n - 1 \text{ 이므로 } \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} (3k - 1) = 3 \cdot 55 - 10 = 155$$

13. 【정답】 ②

$S_n = 2n^2 + 3n$ 으로부터 수열 a_n 은 공차가 4이고, 첫째항이 5인 등차수열임을 알 수 있다.

$$a_n = 4n + 1$$

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(4k+1)(4k+5)} = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{4k+1} - \frac{1}{4k+5} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{41} - \frac{1}{45} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{45} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{8}{45} = \frac{2}{45}$$

14. 【정답】 ①

$$y = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2 \text{이므로 } x \text{축 방향으로 } a \text{만큼, } y \text{축 방향으로 } 3 \text{만큼}$$

평행이동하면 $y = \frac{3}{x-a+1} + 5$ 이고, 이것을 원점에 대하여 대칭이동하면

$$-y = \frac{3}{-x-a+1} + 5 \text{이므로 } y = \frac{3}{x+a-1} - 5 \text{이므로}$$

$$a-1 = -5, b = -5, k = 3$$

$$a+b+k = -4-5+3 = -6$$

15. 【정답】 ④

$n(A-B) = 1$ 이므로 B 는 $A = \{1, 2, 3\}$ 의 원소 중 2개를 포함한다.

따라서 A 의 원소 3개 중 2개를 선택하고, 전체집합의 원소 중 4와 5는 들어갈 수 도 있고, 들어가지 않을 수 있으므로

$${}_3C_2 \times 2^2 = 3 \times 4 = 12$$

16. 【정답】 ②

역함수와의 교점은 $y = x$ 와의 교점과 같으므로

$$x = x^2 - 2x + 2, x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2) = 0$$

따라서 교점은 $(1, 1), (2, 2)$ 이다.

$$\overline{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$$

17. 【정답】 ④

$$= 3^{(\sqrt{2}+5+\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}-2)} = 3^2 = 9$$

18. 【정답】 ③

$$S = 4\pi r^2, \frac{dS}{dt} = 8\pi r \frac{dr}{dt}$$

$$48\pi = 8\pi \times r \times 2, r = 3 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$

19. 【정답】 ③

전체 경우의 수 $5!$ 에서 여자끼리 이웃하는 경우의 수를 빼면 되므로

$$5! - 4! \times 2 = 120 - 48 = 72 \text{가지}$$

20. 【정답】 ③

$$175 - 1.96 \times \frac{16}{\sqrt{64}} \leq m \leq 175 + 1.96 \times \frac{16}{\sqrt{64}}$$

$$175 - 2 \times 1.96 \leq m \leq 175 + 2 \times 1.96$$

$$171.08 \leq m \leq 178.92$$