

## 2015년 제3차 경찰공무원(순경) 수학 해설

01. ① 02. ① 03. ③ 04. ② 05. ③ 06. ④ 07. ② 08. ④ 09. ① 10. ③  
 11. ④ 12. ① 13. ② 14. ③ 15. ④ 16. ③ 17. ④ 18. ① 19. ② 20. ②

### 1. 【정답】 ①

$X - B = \phi$ 에서  $X \subset B$ 이다.

$(B - A) \cup X = X$ 에서  $B - A \subset X$ 이다.

$\{6, 7, 8\} \subset X \subset \{4, 5, 6, 7, 8\}$ 이므로 집합  $X$ 의 개수는  $2^2 = 4$ 개다.

### 2. 【정답】 ①

연산  $\oplus$ 에 대한 항등원은

$$a \oplus e = a + e - 2 = a, \quad e = 2$$

연산  $\oplus$ 에 대한 3의 역원을  $x$ 라 하면

$$3 \oplus x = 3 + x - 2 = 2$$

$$x = 1$$

### 3. 【정답】 ③

양변에  $x = 1$ 을 대입하면  $0 = 1 + a + b$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면  $0 = -1 - a + b$

$$b = 0, \quad a = -1$$

$$a - b = -1 - 0 = -1$$

### 4. 【정답】 ②

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$a + b + c = 4, \quad ab + bc + ca = 3, \quad abc = -1$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = 4^2 - 2 \cdot 3 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3 + 3 = 4(10 - 3) = 28$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 25$$

### 5. 【정답】 ③

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\omega^3 = 1, \quad \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$\omega^{92} + \omega^{16} + 3 = (\omega^3)^{30} \cdot \omega^2 + (\omega^3)^5 \cdot \omega + 3 = \omega^2 + \omega + 3$$

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0 \text{이므로 } \omega^2 + \omega + 3 = 2$$

6. 【정답】 ④

중심  $(0, 0)$ 을  $x$ 축으로  $-1$ ,  $y$ 축으로  $-2$ 만큼 평행이동하면  $(-1, -2)$

다시  $x$ 축에 대하여 대칭이동하면  $(-1, 2)$

$$b - a = 2 - (-1) = 3$$

7. 【정답】 ②

$$g(h(x)) = x^2 - 3 + 1 = x^2 - 2$$

$$f(g(h(x))) = 2(x^2 - 2) = 2x^2 - 4$$

8. 【정답】 ④

$$\text{두 근의 합} : \sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}, \quad \sin\theta\cos\theta = -\frac{3}{8}$$

$$\text{두 근의 곱} : \sin\theta\cos\theta = \frac{k}{2} = -\frac{3}{8}, \quad a = 4$$

$$k = -\frac{3}{4}$$

9. 【정답】 ①

$A + B = 2E$ 이므로  $AB = BA$ 이다.

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 = A^2 + B^2 = 4E$$

10. 【정답】 ③

$$\log 6^{1000} = 1000(\log 2 + \log 3) = 1000 \times 0.7781 = 778.1$$

따라서  $6^{1000}$ 은 779자리 수이다.

11. 【정답】 ④

$$a_{21} + a_{22} = \sum_{k=1}^{22} a_k - \sum_{k=1}^{20} a_k = \left(2 - \frac{1}{11}\right) - \left(2 - \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{10} - \frac{1}{11} = \frac{1}{110}$$

12. 【정답】 ①

$$-1 \leq \cos(n\theta) \leq 1$$

$$-\frac{1}{n} \leq \frac{\cos(n\theta)}{n} \leq \frac{1}{n}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \text{이므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n\theta)}{n} = 0 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \cos(n\theta)}{n} = 1$$

13. 【정답】 ②

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+1}{2n}$$

$$\frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1+1}{2 \cdot 1} \times \frac{2+1}{2 \cdot 2} \times \frac{3+1}{2 \cdot 3} \times \dots \times \frac{n}{2(n-1)}$$

$$a_n = \frac{n}{2^{n-1}}$$

$$a_{11} = \frac{11}{2^{10}} = \frac{11}{1024}$$

14. 【정답】 ③

$$x \neq -1 \text{ 일 때 } f(x) = \frac{x^2 + 3x + a}{x+1} \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + a}{x+1} = f(-1) \text{ 이어야 함수 } f(x) \text{ 는 실수전체의 집합에서 연속이 된다.}$$

$$(-1)^2 + 3 \cdot (-1) + a = 1 - 3 + a = 0, \quad a = 2$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x+1} = x+2$$

$$f(1) = 1+2=3$$

15. 【정답】 ④

$$y' = 6x^2 - 1$$

$$y'|_{x=1} = 6 - 1 = 5$$

$$y - 0 = 5(x - 1), \quad y = 5x - 5$$

$$a - b = 5 - (-5) = 10$$

16. 【정답】 ③

양변을 미분하면

$$2f(2x) - f(x) = 21x^2 + 6x - 2$$

따라서  $f(x)$  는 2차식이 된다.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ 라 하면}$$

$$2(4ax^2 + 2bx + c) - (ax^2 + bx + c) = 21x^2 + 6x - 2$$

$$7ax^2 + 3bx + c = 21x^2 + 6x - 2$$

$$a = 3, \quad b = 2, \quad c = -2$$

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 2$$

$$f(1) = 3 + 2 - 2 = 3$$

17. 【정답】 ④

$y = x(x^2 - 4) = x(x+2)(x-2)$ 이므로 곡선은 원점대칭이다.

따라서  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$-2 \int_0^2 (x^3 - 4x) dx = -2 \left[ \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right]_0^2 = -2(4 - 8) = 8$$

18. 【정답】 ①

$v(t) = 8 - t^3 = (2-t)(4+2t+t^2)$ 이므로  $t = 2$ 초에서 운동방향을 바꾸게 된다. 따라서 다시 원점을 지날 때까지 움직인 거리는 0초부터 2초까지의 이동거리의 2배이다.

$$2 \int_0^2 (8 - t^3) dt = 2 \left[ 8t - \frac{1}{4}t^4 \right]_0^2 = 2(16 - 4) = 24$$

19. 【정답】 ②

$$a_n = \sum_{k=0}^n 2^k {}_nC_k = \sum_{k=0}^n {}_nC_k \cdot 1^{n-k} \cdot 2^k = (1+2)^n = 3^n$$

$$\sum_{n=1}^{10} \log_3 a_n = \sum_{n=1}^{10} n = 55$$

20. 【정답】 ②

$$V(X) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{1}{18}$$

$$E(X^2) = \frac{1}{18} + \frac{4}{9} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$