2015년 제2차 경찰공무원(순경) 수학 해설

01. ①	02. ②	03. ③	04. ③	05. ②	06. ③	07. ②	08. ①	09. ④	10. ④
11. ②	12. ①	13. ④	14. ③	15. ④	16. ②	17. ④	18. ④	19. ①	20. ③

1.【정답】①

$A \cap (A \cup B^c)^c = A \cap (A^c \cap B) = \phi$

2.【정답】②

$2x = 4 - x,\ x = \frac{4}{3}$

$7 = -3y,\ y = -\frac{7}{3}$

$x + y = -1$

3.【정답】③

$x + y - 4 = 0,\ x - y - 2 = 0$

$2x - 6 = 0,\ x = 3,\ y = 1$

$xy = 3$

4.【정답】③

$p(-1) = a - b + c = 6$

$p(0) = c = 3$

$p(1) = a + b + c = 4$

$a - b = 3,\ a + b = 1$

$a = 2,\ b = -1$

$p(3) = 2 \cdot 3^2 - 3 + 3 = 18$

5.【정답】②

$(x+2)^2 + (y-5)^2 = r^2$

$(1+2)^2 + (1-5)^2 = 9 + 16 = r^2$

$r = 5$

6. **【정답】** ③

P의 좌표를 (a, b)라 하면

중점의 좌표는 $\left(\frac{a+3}{2}, \frac{b-1}{2}\right)$이다. $\frac{a+3}{2}=x'$, $\frac{b-1}{2}=y'$이라하면

$a=2x'-3$, $b=2y'+1$

$(2x'-3)+(2y'+1)-3=0$

$2x'+2y'-5=0$

$y'=-x'+\frac{5}{2}$

$a+b=-1+\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$

7. **【정답】** ②

$f^{-1}(2)=k$라 하면 $f(k)=2$

$\frac{1}{k-1}=2$에서 $k=\frac{3}{2}$

$g\left(\frac{3}{2}\right)=2^{\frac{3}{2}}=2\sqrt{2}$

8. **【정답】** ①

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=2$, $\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}$

두 근의 합 : $-\frac{b}{a}=\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

두 근의 곱 : $\frac{1}{a}=(\sin\theta\cos\theta)^2=\frac{1}{4}$, $a=4$

$b=-a=-4$

$a+b=4-4=0$

9. **【정답】** ④

$\begin{pmatrix}2&-1\\x&y\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1\\x&y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-x&-2-y\\2x+xy&-x+y^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

$x=3$, $y=-2$

$A^2=E$이므로 $A=A^{-1}$이다.

$(A^{2015})^{-1}=(A^{-1})^{2015}=A^{2015}$

$A^{2015}=(A^2)^{1007}A=A=\begin{pmatrix}2&-1\\3&-2\end{pmatrix}$

10. **【정답】** ④

$k=1$일 때 $\left[\log_2 k\right]=0$

$2 \le k \le 3$ $\left[\log_2 k\right]=1$

$4 \le k \le 7$ $\left[\log_2 k\right]=2$

$8 \le k \le 15$ $\left[\log_2 k\right]=3$

$16 \le k \le 31$ $\left[\log_2 k\right]=4$

$\vdots$

$512 \le k \le 1023$, $\left[\log_2 k\right]=9$

따라서 $k=1023$까지 합은

$$S=2^1\cdot 1+2^2\cdot 2+2^3\cdot 3+2^4\cdot 4+\cdots+2^9\cdot 9$$
$$2S=\qquad 2^2\cdot 1+2^3\cdot 2+2^4\cdot 3+\cdots+2^9\cdot 8+2^{10}\cdot 9$$

$$-S=2^1+2^2+2^3+\cdots+2^9-2^{10}\cdot 9=\frac{2(2^9-1)}{2-1}-2^{10}\cdot 9$$

$-S=2^{10}-2-2^{10}\cdot 9$, $S=8\cdot 2^{10}+2=2^{13}+2$

$1024 \le k \le 2015$, $\left[\log_2 k\right]=10$

따라서 총합은 $8192+992\times 10=18112$

11. **【정답】** ②

$a_4=a$라 하고 공차를 d라 하면

$a^2=(a-2d)(a+4d)$

$a^2=a^2+2ad-8d^2$

$2d(a-4d)=0$, $a=4d$

따라서 $a_2=2d$, $a_4=4d$, $a_8=8d$이므로 공비는 $r=2$이다.

$r^2+1=2^2+1=5$

12. **【정답】** ①

$$\sum_{n=1}^{8}2^{n-1}=\frac{1(2^8-1)}{2-1}=2^8-1=255$$

13. 【정답】 ④

직선의 방정식을 $y=-x+k$라 하면

$3^{-n}=\dfrac{|k|}{\sqrt{1^2+1^2}}$, 직선이 1사분면을 지나므로 $k>0$이다.

$k=3^{-n}\sqrt{2}$, 따라서 x절편은 $(3^{-n}\sqrt{2},\,0)$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{2}}{3^n}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{3}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

14. 【정답】 ③

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}=\frac{1}{4}$$

15. 【정답】 ④

$\dfrac{1}{n}=h$라 하면 $n\to\infty$일 때 $h\to 0$이다.

$$\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\{f(2+4h)-f(2-4h)\}=\lim_{h\to 0}4\cdot\frac{f(2+4h)-f(2)}{4h}+4\cdot\frac{f(2-4h)-f(2)}{-4h}$$

$=8f'(2)=8\times 4=32$

16. 【정답】 ②

$f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$

따라서 $x=0$에서 극대, $x=2$에서 극소가 된다.

$f(-3)=(-3)^3-3(-3)^2+8=-27-27+8=-46$

$f(0)=8$

$f(2)=2^3-3\cdot 2^2+8=4$

$f(3)=3^3-3\cdot 3^2+8=8$

$M=8,\ m=-46$

$7M+m=7\cdot 8-46=10$

17. 【정답】 ④

$y = x^4 - x^3$과 $y = -x^4 + x$의 교점은 $(0, 0)$, $(1, 0)$이다.

$0 < x < 1$에서 $x^4 - x^3 < -x^4 + x$이므로

$$\int_0^1 (-x^4 + x) - a^2 x(1-x)dx = \int_0^1 a^2 x(1-x) - (x^4 - x^3)dx$$

$$\int_0^1 -x^3 + 2a^2 x^2 + (1-2a)xdx = \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{2a^2}{3}x^3 + \frac{1-2a^2}{2}x^2 \right]_0^1$$

$$= -\frac{1}{4} + \frac{2a^2}{3} + \frac{1-2a^2}{2} = 0,\ -3 + 8a^2 + 6 - 12a^2 = 0,\ a^2 = \frac{3}{4}$$

$$12a^2 = 12 \times \frac{3}{4} = 9$$

18. 【정답】 ④

전체 경찰을 a명이라 하면 확률은 $= \frac{0.4a}{0.5a} = \frac{4}{5}$

19. 【정답】 ①

x^3의 계수는 ${}_nC_3 1^{n-3}\left(\frac{x}{n}\right)^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot n^3}x^3$

$$a_n = \frac{(n-1)(n-2)}{6n^2},\ \lim_{n\to\infty} 6a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(n-1)(n-2)}{n^2} = 1$$

20. 【정답】 ③

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(15, \frac{9}{9}\right) = N(15, 1)$을 따른다.

$$P(13 \le \overline{X} \le 16) = P(-2 \le Z \le 1) = 0.4772 + 0.3413 = 0.8185$$